



HELYI TANTERV

GYENGÉNLÁTÓ, ALIGLÁTÓ TANULÓK SZÁMÁRA

Matematika 5-8. évfolyam

2020.

1. Óraterv

Évfolyam	5. évfolyam	6. évfolyam	7. évfolyam	8. évfolyam
Heti óraszám	4	4	4	4
Éves óraszám	144	144	144	144

2. A matematika tantárgy tanításának általános céljai és feladatai

Az általános iskolai matematikatanítás célja, hogy hiteles képet nyújtson a matematikáról, mint tudásrendszerről és mint sajátos emberi – megismerési, gondolkodási, szellemi – tevékenységről. A matematika tanulása érzelmi és motivációs vonatkozásokban is formálja, gazdagítja a személyiséget, fejleszti az önálló, rendszerező, konvertáló gondolkodást, valamint a kombinatív képesség fejlesztésével egy alkalmazásra képes tudást hoz létre.

A matematikatanítás feladata a matematika különböző arculatainak bemutatása. A matematika: kulturális örökség; gondolkodásmód; alkotó tevékenység; a gondolkodás örömeinek forrása; a mintákban, struktúrákban tapasztalható rend és esztétikum megjelenítője; önálló tudomány; más tudományok segítője; a mindennapi élet része és a szakmák eszköze.

A tanulók matematikai gondolkodásának fejlesztése során alapvető cél, hogy mindinkább ki tudják választani és alkalmazni tudják a természeti és társadalmi jelenségekhez illeszkedő modelleket, gondolkodásmódokat (analógiás, heurisztikus, becslésen alapuló, matematikai logikai, axiomatikus, valószínűségi, konstruktív, kreatív stb.), módszereket (aritmetikai, algebrai, geometriai, függvénytan, statisztikai stb.) és leírásokat. A matematikai nevelés sokoldalúan fejleszti a tanulók modellalkotó tevékenységét. Ugyanakkor fontos a modellek érvényességi körének és gyakorlati alkalmazhatóságának eldöntését segítő képességek fejlesztése. Egyaránt lényeges a reprodukív és a problémamegoldó, valamint az alkotó gondolkodásmód megismerése, elsajátítása, miközben nem szorulhat háttérbe az alapvető tevékenységek (pl. mérés, alapszerkesztések), műveletek (pl. aritmetikai, algebrai műveletek, transzformációk) automatizált végzése sem. A tanulás elvezethet a matematika szerepének megértésére a természet- és társadalomtudományokban, a humán kultúra számos ágában. Segít kialakítani a megfogalmazott összefüggések, hipotézisek bizonyításának igényét. Megmutathatja a matematika hasznosságát, belső szépségét, az emberi kultúrában betöltött szerepét. Fejleszti a tanulók térbeli tájékozódását, esztétikai érzékét.

A tanulási folyamat során fokozatosan megismertetjük a tanulókkal a matematika belső struktúráját (fogalmak, axiómák, tételek, bizonyítások elsajátítása). Mindezzel fejlesztjük a tanulók absztrakciós és szintetizáló képességét. Az új fogalmak alkotása, az összefüggések felfedezése és az ismeretek feladatokban való alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget, a kreativitást, az önálló gondolatok megfogalmazását, a felmerült problémák megfelelő önbizalommal történő megközelítését, megoldását. A diszkussziós képesség fejlesztése, a többféle megoldás keresése, megtalálása és megbeszélése a többféle nézőpont érvényesítését, a komplex problémakezelés képességét is fejleszti. A folyamat végén a tanulók eljutnak az önálló, rendszerezett, logikus gondolkodás bizonyos szintjére.

Az alapfokú képzés első – a matematikai alapkészségek kialakítását legfőbb célként megjelölő – nevelési-oktatási szakaszát követően az 5–8. évfolyamon a matematika tanulása-tanítása során a tudástartalmak fokozatosan válnak egyre elvontabbá. A konkrét tárgyi tevékenységekből kiindulva a képi szemléltetések, ábrázolások mellett megjelennek a szimbolikus modellek. A tanuló a fogalmak, jelenségek elemzése útján eljut azok megértésen alapuló meghatározásához, a definíciók előkészítése során tulajdonságokat, sejtéseket fogalmaz meg, s kialakul a megoldást alátámasztó indoklás igénye, valamint felismeri a matematika kisebb egységeinek belső struktúráját.

A műveltségi terület a különböző témakörök szerves egymásra épülésével kívánja feltárni a matematika és a matematikai gondolkodás világát. A fogalmak, összefüggések érlelése és a matematikai gondolkodásmód kialakítása egyre emelkedő szintű spirális felépítést indokol – az életkori, egyéni fejlődési és érdeklődési sajátosságoknak, a bonyolódó ismereteknek, a fejlődő absztrakciós képességnek megfelelően. Ez a felépítés egyaránt lehetővé teszi a lassabban haladókkal való foglalkozást és a tehetség kibontakoztatását.

3. A matematika tantárgy általános fejlesztési követelményei

A matematika tantárgy a Nemzeti alaptantervben rögzített kulcskompetenciákat az alábbi módon fejleszti:

3.1. A tanulás kompetenciái

A matematika tanulása során elengedhetetlen a tananyag alapos és átfogó megértése. A szöveges feladatok megoldása fejleszti az értő olvasás és a releváns információk kiválasztásának készségét. Az általánosítás és az analógiák adekvát használata, több szempont egyidejű figyelembevétele, a rendszerezési képesség, a megszerzett tudás új helyzetekben való alkalmazása elősegítik az aktív, önirányított tanulás kompetenciáinak kialakítását, fenntartását, megerősítését. A matematika tantárgy a matematikai logika és az algoritmikus gondolkodás fejlesztésével, az ok-okozati összefüggések megláttatásával hozzájárul a többi tantárgy tanulásához szükséges rendszerező, összefüggéseket felismerő, ezáltal hatékony önálló tanulási módszerek elsajátításához és megfelelő alkalmazásához is.

Az önálló tanulás fejlesztése és az élethosszig tartó tanulás igényének kialakítása érdekében apró lépésekre célszerű bontani a feladatokat, a gyermek a maga számára próbálja megfogalmazni a megoldási stratégiát. Építhetünk a gyerekek spontán, kreatív ötleteire, megmutatva azt is, hogy nem csak egyféle úton juthatunk el a megoldáshoz, ill. bizonyos esetekben többféle megoldás is létezhet. A hatékony tanulás feltétele a személyiség és a látássérülés szempontjából legcélszerűbb tanulási módszerek és stratégiák begyakorlása.

3.2. A kommunikációs kompetenciák

A matematika fejleszti a tanuló azon képességét, hogy világosan, röviden és pontosan fejezze ki gondolatait, egyre inkább törekedve a nyilvánosság előtti magabiztos megszólalásra. A matematika tanulása során fokozatosan alakul ki a tanuló érvelési- és vitakészsége. A szöveges problémák megoldása javítja a szöveg megértésének készségét: a tanulónak meg kell keresnie az információkat és fel kell ismernie egy adott információ jelentőségét a probléma megoldása során. A matematika tanulási folyamatában kialakul a különböző módon (szöveg, grafikon, táblázat, diagram és képlet) bemutatott tartalmak megértésének és alkotásának készségrendszere.

Az adatok, táblázatok, grafikonok értelmezésének megismerése nagyban segítheti a mindennapokat, különösen a média közleményeiben való reális tájékozódást. Mindehhez elengedhetetlen az egyszerű matematikai szövegek értelmezése, elemzése. A tanulóktól megkívánjuk a szaknyelv életkornak megfelelő, pontos használatát, a jelölésrendszer helyes alkalmazását írásban és szóban egyaránt. A tanulók az ismeretszerzés és az írásos kommunikáció során szükség esetén a látássérült személyek számára kifejlesztett speciális szoftvereket használják.

3.3. A digitális kompetenciák

A matematika tanulása során hangsúlyos szerepet kap a problémamegoldás és az algoritmikus gondolkodás, melyek elősegítik a tanuló digitális kompetenciáinak fejlesztését. A különböző matematikai tárgyú szoftverek, alkalmazások, applikációk és játékok alkalmazásán keresztül a matematika tanulása hozzájárul a tanuló digitális kultúrájának kialakításához. A digitális kompetencia felöleli a speciális képernyőnagyító, olvasó programok használatát, a látássérült embereket érintő weboldalak ismeretét is.

3.4. A matematikai, gondolkodási kompetenciák

A matematika tanulása során a tanuló gondolkodásának fejlesztése elsősorban konkrét problémák megoldásán keresztül történik. A tanuló előzetes tudása és tapasztalata alapján azonosítja a problémákat, majd ismert matematikai fogalmakra támaszkodva stratégiát dolgoz ki ezek megoldására. Elfogadja, hogy a megoldás több különböző úton is elképzelhető, illetve találkozik olyan nyitott problémákkal is, amelyeknek több megoldása is lehetséges. Kellő kitartással próbál ki különböző matematikai módszereket, és felismeri azokat a problémákat is, amelyeknek nincs megoldása. A tanuló megtanul induktív úton példákat általánosítani és deduktív érvelést használni a matematikai állítások bizonyítására. Rá kell nevelni a gyerekeket a tanultak megjegyzésére, rögzítésére, beépítésére a meglévő ismeretrendszerünkbe, fejleszteni kell logikus gondolkodási képességüket. Ki kell alakítani tanulóinkban azt az igényt, hogy a meg nem értett vagy hiányos ismereteiket kiegészítsék.

Látássérült tanulóinknál alapvető fontosságú a számemlékezet fejlesztése, illetve a fejben történő műveletvégzés, a fejszámolás tempójának fokozatos erősítése; a logikus gondolkodást fejlesztő és a kombinatorikai feladatok minden témakörön belül nagyobb arányú szerepeltetése.

3.5. A személyes és társas kapcsolati kompetenciák

A matematika tanulása fejleszti a kitartás, a pontosság, a figyelem és a fegyelmezettség képességét. A matematika tanulásán keresztül erősödik a tanuló felelősségtudata, gazdagodik az önképe, fejlődik a kooperációs készsége. A tanuló matematikai ismereteit alkalmazni tudja az egyéni célok eléréséhez szükséges tervezésben, az életét befolyásoló döntései megalapozásában és meghozatalában, a várható következmények mérlegelésében. A matematika tanulása elősegíti annak belátását, hogy a személyes erősségekre építeni, a hibákból pedig tanulni lehet.

A tanuló a matematikai foglalkozások során megtanulja, hogyan oszthatja meg ötleteit másokkal, és hogyan segítheti társait a matematikai fogalmak megértése vagy azok alkalmazása során. Felelősséget vállal a közösen kitűzött feladatok elvégzéséért, s megtanulja tisztelni mások álláspontját, gondolkodásmódját. Fokozott figyelmet kell fordítani a konstruktív kommunikáció képességének kialakítására, mások bizalmának elnyerésére, eredményes stressz-, frusztráció- és konfliktuskezelésre. Szükséges kialakítani az erőpróba igényét és a versenyszellem fenntartását, a feladat többféle megközelítésével és megoldásainak keresésével biztosítani, hogy a tanulók sikerélményhez juthassanak.

3.6. A kreativitás, a kreatív alkotás, önkifejezés és kulturális tudatosság kompetenciái

A matematika olyan tudomány, amely összeköti a különböző kultúrákat. A tanuló megismeri a gondolkodás logikai felépítésének eleganciáját, a matematikának a természethez, a művészetekhez és az épített környezethez fűződő viszonyát. A tanuló konkrét vagy képi reprezentációval vagy szimbolikus modellekkel végzi a matematikai gondolatok vagy kapcsolatok feltárását, majd új kapcsolatokat alakít ki a matematikai fogalmak között.

Látássérült tanulók számára minél több közvetlen, valós tapasztalatot szükséges biztosítani az őket körülvevő természeti, társadalmi környezetről. A makettek, geometriai testek, különféle jellegű tárgyak kézbe adásával alakítunk ki és erősítünk meg alapfogalmakat, ismertetünk fel összefüggéseket. A tanulmányi kirándulásokon irányítottan szerzett élményeket, tapasztalatokat felhasználjuk a tanítási órák megfelelő témába építve. Segítheti a matematikához való pozitív hozzáállást, ha bemutatjuk a tananyag egyes elemeinek a művészetekben való alkalmazását.

3.7. Munkavállalói, innovációs és vállalkozói kompetenciák

A kompetencia fejlesztése valódi adatok felhasználásával összeállított mindennapi problémák megoldásán keresztül történik. Ennek során a különböző megoldási lehetőségek keresése fejleszti a gondolkodás rugalmasságát és az új ötletek megalkotásának képességét. A tanuló megfelelő játékokon keresztül képessé válik a különböző kockázatok felmérésére, a számára kedvezőnek tűnő stratégia

kidolgozására, és megtapasztalja döntései következményét. A matematikai projektekben való részvétel segíti a későbbi munkavállalás szempontjából fontos készségek kialakulását (kreativitás, mérlegelő gondolkodás, problémamegoldás, kezdeményezőkészség, másokkal való együttműködés készsége). A sikeres továbbtanuláshoz, pályaválasztáshoz szükséges, hogy a gyengénlátó, aliglátó tanulók reálisan ismerjék saját erősségeiket és fejlesztendő területeiket.

A matematikai értékek megismerésével és a matematikai tudás birtokában a tanulók hatékonyan tudják használni a megszerzett kompetenciákat az élet különböző területein. A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technikai, a humán műveltségterületek, illetve a választott szakma ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák értelmezéséhez, leírásához és kezeléséhez. Ezért a tanulóknak rendelkezniük kell azzal a képességgel és készséggel, hogy alkalmazni tudják matematikai tudásukat, és felismerjék, hogy a megismert fogalmakat és tételeket változatos területeken használhatják.

4. Módszertani alapelvek a matematika tantárgy tanítása során

4.1. Általános módszerek

A tanítás fő módszere továbbra is a felfedeztetés, a konkrét tevékenységből, játékból, hétköznapi szituációból fakadó indukció. A tanulási tevékenység és problémamegoldás során a tanulót ösztönözni kell egyszerű problémák felfedezésére, megfogalmazására és a mindennapi életből vett szöveges problémák matematikai szempontú értelmezésére. A tanuló konkrét helyzetek megoldására képi és szimbolikus modelleket, stratégiákat alkalmaz és alkot, ezáltal fejlődik problémamegoldó és problémaalkotó képessége. A kombinatív képességek területén a lehetőségek strukturált felsorolásából fokozatosan kialakulnak a rendszerezést segítő konkrét eszközök, stratégiák alkalmazásának készségei.

Felső tagozaton az ismert számok köre bővül a törtekkel és a negatív számokkal úgy, hogy a tanuló ezekkel műveleteket tud végezni. A tanulás-tanítás egyik lényeges elvárása, hogy a különböző, szöveggel, számokkal megadott matematikai szituációk képi, majd szimbolikus modelljeinek bevezetése fokozatos legyen. A tanuló a megismert szimbólumokkal egyszerű műveleteket végez, ismeri ezek tulajdonságait.

Az 5–8. évfolyamon a természettudományi, a digitális technológiai és a gazdasági ismeretek tanulási-tanítási tartalmakban való megjelenése lehetővé teszi a matematika alkalmazhatóságának, hasznosságának bemutatását. Fejlődnek a tanuló készségei a matematikai kommunikáció terén. A matematikai kifejezéseket helyesen használja, a fogalmakat értelmezi, megmagyarázza, gyakorlati helyzetekben jól alkalmazza. Ismereteit összefoglalva prezentálni tudja.

A tanuló a közös munkában tevékenyen részt vesz. Eseti feladatokban és projektekben mások álláspontját elfogadja, és ha különbözik a véleményük, igyekszik érvekkel meggyőzni társait. Az új fogalmak, magasabb szintű absztrakciót igénylő tudástartalmak bevezetésekor az egyéni adottságokhoz, ismeretekhez alkalmazkodó differenciálás biztosítja a megfelelő tempójú haladást annak a tanulónak, akinél ezek

a lépések hosszabb időt, több szemléltetést igényelnek. Ezzel a lassabban haladó tanuló sem veszíti el érdeklődését és reményét a matematika megértése iránt.

A matematikai fejlesztő játékok és a számítógép, illetve más IKT-eszközök biztonságos alkalmazása mellett a tanuló megismerkedik olyan matematikai szoftverekkel, amelyek a matematikai tudást és a digitális kompetenciákat együtt fejlesztik.

Változatos példákkal, feladatokkal mutathatunk rá arra, hogy milyen előnyöket jelenthet a mindennapi életben, ha valaki jártas a problémamegoldásban. A matematika tanításának kiemelt szerepe van a pénzügyi-gazdasági kompetenciák kialakításában. Életkortól függő szinten, rendszeresen foglalkozunk olyan feladatokkal, amelyekben valamilyen probléma legjobb megoldását keressük. Szánjunk kiemelt szerepet azoknak az optimum-problémáknak, amelyek gazdasági kérdésekkel foglalkoznak, amikor költség, kiadás minimumát; elérhető eredmény, bevétel maximumát keressük. Fokozatosan vezessük be matematikafeladatainkban a pénzügyi fogalmakat: bevétel, kiadás, haszon, kölcsön, kamat, értékcsökkenés, -növekedés, törlesztés, futamidő stb. Ezek a feladatok erősítik a tanulóknak azt a tudatot, hogy matematikából valóban hasznos ismereteket tanulnak, illetve, hogy a matematika alkalmazása a mindennapi élet szerves része. Az életkor előrehaladtával egyre több példát mutassunk arra, hogy milyen területeken tud segíteni a matematika. Hívjuk fel a figyelmet arra, hogy milyen matematikai ismereteket alkalmaznak az alapvetően matematikaigényes, illetve a matematikát csak kisebb részben használó szakmák (pl. informatikus, mérnök, közgazdász, pénzügyi szakember, biztosítási szakember, valamint pl. vegyész, grafikus, szociológus), ezzel is segítve a tanulók pályaválasztását.

A motivációs bázis kialakításában komoly segítség lehet a matematikatörténet egy-egy mozzanatának megismertetése, a máig meg nem oldott, egyszerűnek tűnő matematikai sejtések megfogalmazása, nagy matematikusok életének, munkásságának megismerése.

Minden életkori szakaszban fontos a differenciálás. Ez nemcsak az egyéni igények figyelembevételét jelenti. Sokszor az alkalmazhatóság vezérli a tananyag és a tárgyalásmód megválasztását, más esetekben a tudományos igényesség szintje szerinti differenciálás szükséges. Egy adott osztály matematikatanítása során a célok, feladatok teljesíthetősége igényli, hogy a tananyag megválasztásában a tanulói érdeklődés és a pályaeorientáció is szerepet kapjon.

4.2. Speciális módszerek

Gyengénlátó és aliglátó tanulóink esetében kiemelten fontos a látásfigyelem, a megfigyelőképesség célirányos fejlesztése. Élmények sorozatán keresztül kell kialakítani azok aktív megfigyelésének, befogadásának, tudati feldolgozásának képességét. Fontos a spontán érdeklődés felhasználása, a kíváncsiság felkeltése, a kialakult érdeklődés fenntartása, a figyelemkoncentráció idejének és az intenzitás mértékének fokozatos növelése.

A tanítás-tanulás folyamatában törekedni kell a gyermekek pozitív motiváltságának biztosítására, önállóságuk fejlesztésére. Kiemelten fontos, hogy a tanári irányítással segített feladatmegoldások mellett minden órán jelenjen meg az önálló munkavégzésre kijelölt feladat vagy feladatsor is, a tanulók egyéni látásteljesítményének és képességének figyelembevételével, differenciált módon. Egyre nagyobb szerepet kaphat az önálló ismeretszerzés képességnek fejlesztése az ajánlott, illetve az önállóan igénybe vett nyomtatott és internetes szakirodalom által.

A tananyag egyes részleteinek páros, illetve csoportmunkában történő feldolgozása, a feladatmegoldások megbeszélése, az együttműködési képesség és a kommunikációs képesség fejlesztésének, a reális önértékelés kialakításának fontos területei. Erősíteni kell ezekben a helyzetekben az egymásra való odafigyelés, az egymást segítő hozzáállás fontosságát az eltérő vízúsú és képességű gyermekek között.

A tanítási órákon nagyon fontos a szemléltetés megfelelő módja, mennyisége, sokoldalúsága. Biztosítani kell minden tanuló számára, hogy közvetlenül szemlélhesse meg a szóban forgó jelenséget, összefüggést, törvényszerűséget. Súlyos fokban látássérült tanulók számára a geometriai jellegű témakörök esetén, valamint a diagramok, grafikonok alkalmazása során az egyéni igényeket figyelembe véve a vizuális észlelést haptikus megismeréssel szükséges kiegészíteni. Mindvégig szerepe van a megfelelő arányú manipulációnak, méréseknek, illetve a fogalmak pontos kialakítását, megerősítését segítő geometriai testek, tárgyak, eszközök használatának. Arra kell törekedni, hogy minél több tapasztalatot szerezzenek a valóság összefüggéseiről. Lényeges a realitásérzék fejlesztése, ezzel kapcsolatban a becslőképesség maximális alakítása. Minden tanuló esetén törekedni kell a látásteljesítménytől (esetleg egyéb társult fogyatékoktól) függő legnagyobb pontosság elérésére a mérések során vagy a szerkesztésekben.

Pontos, rendezett, áttekinthető és visszaolvasható füzetvezetést kell kialakítani és elvárni minden osztályfokon, különösen odafigyelve az előjelek, műveleti jelek pontos használatára, a számok különféle alakjainak négyzetrácsos füzetben való helyes lejegyzésére. A tankönyvi példák és a tanítási órákon bemutatott mintafeladatok segítségével rögzítjük az egyes feladattípusok megoldási menetét. Ezek alapján megköveteljük a megfelelő lépések következetes betartását, áttekinthető lejegyzését. Elengedhetetlen, hogy írásbeli munkáknál minden sor kezdése a lap bal szélétől induljon, ezzel segítve tájékozódásukat – különösen az olvasótelevíziót használó tanulóink esetében. Az írásbeli munkák állandó formai követelményei, a megfelelő tagolás, a színessel való kiemelések, aláhúzások a füzetben való eligazodást segítik elő. A feladatmegoldásokon keresztül a tanulók egyre inkább képessé válhatnak a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára, amely megkönnyíti az önellenőrzés igényének kialakulását.

Az interaktív tábla, tabletek, vagy akár saját okostelefonok használata, a megfelelő applikációk alkalmazása a látássérült tanulók számára is kiszélesíti a matematika tananyag megértésének, elsajátításának, begyakorlásának lehetőségeit. Oktatófilmek, digitális feladatgyűjtemények, internetes segédanyagok széles választéka áll rendelkezésre. Lényeges szerepet tölt be a hagyományos tábla

alkalmazása is. Ügyelni kell a táblakép rendezettségére, az olvashatóságára s a látásérzékelés egyéb kritériumaira. Igény szerint lehetőséget kell adni aliglátó tanulóinknak a táblán szereplő ábra vagy szöveg közvetlen megszemlélésére, lefotózására. Esetenként kézbeadott papíralapú szemléltetés is segítheti az elsajátítást, megértést. A feladatlapok, a dolgozatok igény szerinti nagyítása mellett a laptopon dolgozó tanulóknak biztosítani kell a digitális formában való elérhetőséget is.

A differenciálás a látásteljesítmény, egyéni képességek, egyéb csatlakozó sérülések és sajátos igények figyelembevétele alapján folyamatosan jelen van. Fontos az egyéni bánásmód elve, hiszen ahány gyengénlátó vagy aliglátó gyermek, annyiféle megközelítést igényel. Az a célunk, hogy a gyermekek megfelelő alapot kapjanak a középiskolai tanulmányaikhoz, valamint a reálisan kialakított továbbtanulási terveiket segítsük.

5. Ellenőrzés, értékelés

Ebben a nevelési-oktatási szakaszban az ellenőrzés és az értékelés csak a tanult ismeretek alkalmazására terjed ki. A látássérült tanulók tudását is rendszeresen kell mérni és értékelni. Az egyéni látásteljesítmények mellett a munkatempó, pontosság tekintetében is figyelembe kell venni az eltéréseket, és a látásteljesítmény alapján a megfelelő mértékű többletidőt biztosítani kell. A feladatlapok egyéni igény szerinti nagyítása, az ábrák és szövegek megfelelő kontrasztú nyomtatása szükséges. A számítógépet készségszinten használó vak és aliglátó gyermekek számára természetesen a digitális forma a legmegfelelőbb ellenőrzési módszer.

A méréseknél, szerkesztéseknél, grafikonszerkesztési feladatoknál az egyéni látásteljesítmény alapján való pontosságot követeljük meg.

A témakörönként történő írásbeli témazáró dolgozat megírását több kisebb dolgozat előzi meg, hogy folyamatosan reális képet kaphassunk a tananyag elsajátításának hatékonyságáról, minőségéről, ami alapján a hiányosságok pótlását szükség szerint közbeiktathatjuk. A tananyag jellegéből adódóan lehetőséget adunk a szóbeli beszámolókra, feleletekre is.

A tanórákon való önálló munkavégzést, aktivitást, a szorgalmi feladatok bemutatását is értékeljük, lehetőséget adva a sikerélmény átélésére azoknál a tanulóknál is, akiknek a dolgozatai gyengébben sikerülnek. A felső tagozaton előrehaladva egyre nagyobb jelentőséget kap az interneten való keresésekre épülő kiselőadások tartása valamely matematikatörténeti témában.

Évfolyam	5. évfolyam	6. évfolyam
Témakörök megnevezései és óraszámai		
1. Halmazok	4	2
2. Matematikai logika, kombinatorika	4	4
3. Természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek	10	10
4. Alapműveletek természetes számokkal	12	6
5. Egész számok; alapműveletek egész számokkal	12	16
6. Közöséges törtek, tizedes törtek, racionális számok	10	4
7. Alapműveletek közöséges törtekkel	14	10
8. Alapműveletek tizedes törtekkel	14	10
9. Arányosság, százalékszámítás	4	14
10. Egyszerű szöveges feladatok	10	10
11. A függvény fogalmának előkészítése	4	4
12. Sorozatok	3	3
13. Mérés és mértékegységek	9	6
14. Síkbeli alakzatok	10	9
15. Transzformációk, szerkesztések	4	16
16. Térgeometria	8	8
17. Leíró statisztika	2	2
18. Valószínűség-számítás	2	2
Szabadon felhasználható órák	8	8
Összesen	144	144

Az 5–6. évfolyam tanulásmódszertani szempontból átmenetet képez az alsó tagozat játékos, tevékenykedtető, felfedeztető módszerei és a matematika elméleti ismereteinek befogadását jelentő tanulási módszerek között. Továbbra is fontos szerepet játszik a szemléltetés, az eszközök használata. Elvárható a szerzett tapasztalatok értelmezése, rendszerezése, néhány területen az általánosítás lehetőségének felfedezése és megfogalmazása. A kezdeti, saját szavakkal történő megfogalmazásokat fokozatosan felváltja a matematikai fogalmakat megnevező szakkifejezések használata. Gyakorlati helyzetekben megjelenik a szakmai vita és az érvelés igénye.

Az 5–6. évfolyamon tematikus elrendezésben követik egymást az egyes fejezetek: A témák egy része nemcsak az aktuális terület megalapozását jelenti a megadott óraszámban, hanem megjelenik más fejezetekben is, az eszközrendszer folyamatos gyarapodását biztosítva. Bővül a szöveggel megfogalmazott hétköznapi és matematikai problémák megoldása során alkalmazható modellek köre is.

A szemléltetést és a megértést a tanulók által használható digitális eszközök, szoftverek és online felületek is támogatják.

5. évfolyam

Az ötödik évfolyam fontos feladata a biztos számolási készség kialakítása. Támaszkodunk az alsó tagozaton szerzett ismeretekre, fokozatosan bővítjük azt a számkört, amelyben műveleteket végzünk. Számolunk fejben és írásban az egész számok és a racionális számok halmazán, a megszerzett tudást alkalmazzuk a mindennapi életben. Szöveges feladatokat oldunk meg, az egyszerűbb hétköznapi és gyakorlati problémákat megfogalmazzuk a matematika nyelvén. A várható eredményekre becsléseket adunk, a megoldást ellenőrizzük. A geometria témakörben méréseket végzünk, egyszerű síkbeli és térbeli alakzatokat ismerünk meg. A konkrét tárgyak vizsgálata a térszemlélet fejlesztését jelenti, amely része az esztétikai nevelésnek is. Az erre az életkorra jellemző érdeklődést, kíváncsiságot, játékoságot felhasználjuk a megismerési, tanulási folyamatban. Gyakran indulunk ki konkrét tevékenységekből, a tapasztalatok elemzéséből.

A matematikai gondolkodásmódot fel kell használni a problémamegoldások során. Megfelelő szemléltető ábrákat és diagramokat készítenünk, ezeket értelmezzük. A sejtéseket, állításokat egyre konkrétabban és pontosabban kell megfogalmazni, igazságtartalmukat vizsgálni. Az érvelés, a cáfolás, a vitakészség, a helyes kommunikáció fejlesztését ezen az életkori szinten még csak elkezdjük. A tanulókkal felismertetjük, hogyan lehetséges másokkal a problémamegoldásban együttműködni. A modellalkotás fontos eszköz, amely segítséget nyújt a problémák megoldásában. Fontos, hogy a tanulók a modellalkotásaik során a megértett és megtanult fogalmakat és eljárásokat fel tudják használni és szervesen be tudják építeni. Fokozatosan fejlesztjük a matematikai szaknyelv és jelölésrendszer használatát, alkalmazását. Az értékelés változatos módszereit alkalmazzuk. Ebben az életkorban a legkisebb teljesítményt is észrevesszük, a szóbeli dicséret ösztönző erejére építünk.

Témakörök

1. Témakör: Halmazok

óraszám: 4 óra

1.1. Előzetes tudás

Adott tulajdonságú elemek halmazba rendezése. Halmazba tartozó elemek közös tulajdonságainak felismerése, megnevezése. Annak eldöntése, hogy egy elem beletartozik-e egy adott halmazba.

1.2. Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló:

- elemeket halmazba rendez több szempont alapján;
- részhalmazokat konkrét esetekben felismer és ábrázol;
- véges halmaz kiegészítő halmazát (komplementerét), véges halmazok közös részét (metszetét), egyesítését (unióját) képezi és ábrázolja konkrét esetekben;
- számokat, számhalmazokat, halmazműveleti eredményeket számegyenesen ábrázol.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- konkrét esetekben halmazokat felismer és ábrázol.

1.3. Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Halmazokba rendezés egy-két szempont szerint
- Halmazábra készítése
- Számhalmazok szemléltetése számegyenesen
- Részhalmazok felismerése ábráról
- Halmazok közös részének és egyesítésének megállapítása ábrázolás segítségével.

Fogalmak

halmaz, elem, halmazábra, részhalmaz, közös rész, egyesítés, számegyenes

1.4. Javasolt tevékenységek

- Konkrét elemek válogatása adott tulajdonság/tulajdonságok szerint, például csoport tagjai közül a szemüvegesek és a barna hajúak
- Egy konkrét válogatás (tárgyak, logikai készlet elemei, alakzatok, szavak...) szempontjának/szempontjainak felfedeztetése
- Konkrét elemek két tulajdonság szerinti válogatása során a mindkét tulajdonsággal rendelkező elemek és a pontosan egy tulajdonsággal rendelkező elemek elhelyezése a halmazábrán. A legalább egy tulajdonsággal rendelkező elemek felsorolása.
- Játék logikai készlettel

2. Témakör: Matematikai logika, kombinatorika

óraszám: 4 óra

2.1. Előzetes tudás

A változás értelmezése egyszerű matematikai tartalmú szövegben. Több, kevesebb, ugyanannyi fogalma és jelölésük. Állítások igazságtartalmának vizsgálata. Néhány elem sorba rendezése, az összes eset megtalálása.

2.2. Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló:

- igaz és hamis állításokat fogalmaz meg;
- tanult minták alapján néhány lépésből álló bizonyítási gondolatsort megért;
- a logikus érvelésben a matematikai szaknyelvet következetesen alkalmazza;
- összeszámlálási feladatok megoldása során alkalmazza az összes eset áttekintéséhez szükséges módszereket.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- állítások logikai értékét (igaz vagy hamis) megállapítja.

2.3. Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Egyszerű állítások logikai értékének (igaz vagy hamis) megállapítása
- Igaz és hamis állítások önálló megfogalmazása
- Nyitott mondatok igazsághalmazának megtalálása próbálgatással
- A matematikai logika egyszerű, a korosztály számára érthető szakkifejezéseinek ismerete és használata
- Egyszerű stratégiai, logikai és pénzügyi játékok, társasjátékok
- Kis elemszámú halmaz elemeinek sorba rendezése mindennapi életből vett példákkal
- Néhány számkártyát tartalmazó készlet elemeiből adott feltételeknek megfelelő számok alkotása
- Az összes eset előállítása során rendszerezési sémák használata: táblázat, szisztematikus felsorolás

Fogalmak

„igaz”, „hamis”; nyitott mondat, igazsághalmaz; „és”, „vagy”; „legalább”, „legfeljebb”; lehetőségek, összes lehetőség, rendszerező áttekintés, ágrajz

2.4. Javasolt tevékenységek

- „Bíróági tárgyalás” játék: a vádlók hamis állításokat fogalmaznak meg például a páros számokról, a védők csoportja pedig cáfolja azokat
- „Füllentős” játék csoportban: a csoportok mondanak 3 állítást, egy hamis, kettő igaz; a többieknek ki kell találni, melyik a hamis
- Az igazsághalmaz elemeit is tartalmazó, néhány elemből álló halmaz elemeinek kipróbálása a nyitott mondat igazzá tételére
- „Einstein-fejtörő” típusú játék: a szereplőkre vonatkozó állítások alapján személyek és tulajdonságok párosítása
- Konkrét tárgyakkal, készletek elemeivel, geometriai alkotásokkal az adott feltételeknek megfelelő összes lehetőség kirakása és rendszerezése

3. Témakör: Természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek

óraszám: 10 óra

3.1. Előzetes tudás

Számok írása, olvasása tízezres számkörben; helyi érték, alaki érték, valódi érték. Számok helye a számegyenesen, különféle beosztású számegyenesek alkalmazása. Természetes számok nagyság szerinti összehasonlítása.

3.2. Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló:

- elemeket csoportosít tízes és más számrendszerben;
- a számegyenest megfelelően használja, alkalmas egységet választ.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- érti és alkalmazza a számok helyi értékes írásmódját nagy számok esetén;
- ismeri a római számjelek közül az L, C, D, M jeleket, felismeri az ezekkel képzett számokat a hétköznapi helyzetekben.

3.3. Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Számok helyi értékes írásmódjának megértése különböző alapú számrendszerekben csoportosítást, leltározást, helyiérték-táblázatba rögzítést tartalmazó feladatokon keresztül
- Számok helyi értékes írásmódjának használata nagy számok esetében
- Római számok írása, olvasása a következő jelekkel: I, V, X, L, C, D, M

Fogalmak

helyi érték, alaki érték, valódi érték

3.4. Javasolt tevékenységek

- Vásárlás „fabatkával”, például tízes számrendszerbeli számokkal árazott termékek vásárlása a virtuális boltban 1, 3, 9, 27, ... címletű játékpénz felhasználásával úgy, hogy minél kevesebb érmét használjunk fel; leltárkészítés a felhasznált címletekről
- Játék a „tökéletes pénztárgéppel” 10 000-nél nagyobb számokkal: a gép a tíz egyforma címletű pénzt kiveszi, és a következő fiókba beletesz egy tízszer akkora címletűt, majd kiírja a fiók tartalmát. Mit tettem a fiókba, és mit ír ki a gép?
- Páros munkában arab számok átírása római számokra és viszont; memóriajáték

4. Témakör: Alapműveletek természetes számokkal

óraszám: 12 óra

4.1. Előzetes tudás

Matematikai jelek ismerete, használata. A matematika különböző területein az ésszerű becslés és kerekítés alkalmazása. Fejben számolás százas körben.

4.2. Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló:

- írásban összead, kivon és szoroz;
- ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejben, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében;
- a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt ésszerűen kerekíti;
- a gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít;
- a fejszámoláson és az írásban végzendő műveleteken túlmutató számolási feladatokhoz és azok ellenőrzéséhez számológépet használ.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- gyakorlati feladatok megoldása során legfeljebb kétjegyű egész számmal írásban oszt, a hányadost megbecsüli.

4.3. Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Számkörbővítés; fejben számolás százezres számkörben kerek ezresekkel; analógiák alkalmazása
- Természetes számok összeadása, kivonása és szorzása írásban
- Írásbeli osztás algoritmus a kétjegyű természetes számmal
- Írásbeli osztás legfeljebb kétjegyű természetes számmal gyakorlati feladatok megoldása során; a hányados becslése
- A műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása fejben, írásban és géppel számolás esetén
- Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő művelet sor felírása
- A gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése
- Az alpműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, szétagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban
- Zárójeleket tartalmazó művelet sorok átalakítása, kiszámolása a természetes számok körében
- Kapott eredmény ellenőrzése; észszerű kerekítés

Fogalmak

összeadandók, az összeg tagjai, kisebbítendő, kivonandó, különbség, szorzandó, szorzó, szorzat, a szorzat tényezői, felcserélhetőség, csoportosíthatóság, szétagolhatóság, osztandó, osztó, hányados, maradék, zárójel, kerekítés, becslés, ellenőrzés

4.4. Javasolt tevékenységek

- Fejben számolás gyakorlása „intelligens puff” játékkal
- Az írásbeli műveletvégzés algoritmusának segítése a „tökéletes pénztárgép” működési elvével. „Számalkotó” játék írásbeli összeadáshoz, kivonáshoz: a műveletekben szereplő számokhoz számjegyek sorsolása dobókockával. A dobott értékek tetszőleges helyi értékre írhatók; az nyer, aki a legnagyobb, legkisebb vagy adott célszámhoz legközelebbi eredményt tudja kiszámolni a felírt számaiból
- A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli művelet sorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása
- Adott szöveges feladathoz többféle művelet sor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása. Adott szöveges feladathoz megfelelő művelet sor megalkotása. Adott művelet sorhoz szöveges feladat írása

- „Nem hiszem” páros játék: egyik játékos állításokat fogalmaz meg, a másik játékos dönt ennek igazságáról; például: két liter tej belefér egy 1 dm élű kocka alakú edénybe; a játékot az a tanuló nyeri, aki eltalálja az állítás igazságértékét

5. Témakör: Egész számok; alpműveletek egész számokkal

óraszám: 12 óra

5.1. Előzetes tudás

Negatív számok a mindennapi életben: adósság-vagyon, hőmérséklet

5.2. Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló:

- ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejben és írásban;
- a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti;
- a gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít;
- a fejszámoláson és az írásban végzendő műveleteken túlmutató számolási feladatokhoz és azok ellenőrzéséhez számológépet használ.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- meghatározza konkrét számok ellentettjét, abszolút értékét;
- ismeri az egész számokat.

5.3. Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Negatív számok a gyakorlatban: adósság, tengerszint alatti mélység, fagypont alatti hőmérséklet
- Egész számok ismerete, összehasonlítása, ábrázolása számegyenesen. Ellentett, abszolút érték fogalmának ismerete és alkalmazása
- Alpműveletek értelmezése tárgyi tevékenységek, ábrázolások alapján a számkörbővítés során
- Alpműveletek elvégzése az egész számok körében: egész számok összeadása, kivonása, egész számok szorzása és osztása természetes számmal
- Az alpműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, szétagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban
- A műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása fejben, írásban és géppel számolás esetén
- Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő műveletsor felírása
- Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése
- Kapott eredmény ellenőrzése; észszerű kerekítés

Fogalmak

ellentett, negatív szám, előjel, egész szám, abszolút érték, kerekítés, becslés, ellenőrzés

5.4. Javasolt tevékenységek

- Vagyoni helyzet megállapítása játékpénzzel és adósságcédulákkal
- Hőmérséklet-változás követése hőmérőmodellen
- Számok szemléltetéséhez, összehasonlításához, sorba rendezéséhez „élő számegyenes” létrehozása: a tanulók egy, a hátukra ragasztott számot képviselnek, és az értéküknek megfelelően foglalják el a helyüket
- Kukás játék: mindenki rajzol 5 négyzetet és egy kukát; számokat húznak például (–10)-tól (+10)-ig számkártyákból; a húzott számot mindenki beírja valamelyik négyzetbe úgy, hogy a négyzetekben levő számok végül növekvő sorrendben legyenek; ha valaki nem tudja beírni a húzott számot, akkor az a szám megy a kukába; az győz, aki leghamarabb kitölti minden négyzetét
- Az előírt művelet szemléltetése játékpénzzel és adósságcédulákkal
- Az előírt művelet szemléltetése a számegyenesen való lépegetéssel, például „Hol van a kisautó, ha ... ?”
- Gazdálkodj okosan! játék rövidített formája kevés, kis címletű készpénzzel úgy, hogy a játékos kénytelen legyen kölcsönt felvenni; szerencsekártya használata negatív szám kivonásának modellezésére: a bank elengedi 2 Ft adósságodat; ha nincs adósságod, vegyél fel kölcsönt
- A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli műveletsorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása
- Adott szöveges feladathoz megfelelő műveletsor megalkotása
- „Nem hiszem” páros játék előjeles mennyiségekkel

6. Témakör: Közöséges törtek, tizedes törtek, racionális számok

óraszám: 10 óra

6.1. Előzetes tudás

Törtek a mindennapi életben, törtek megnevezése. Előállításuk hajtogatással, rajzzal, színezéssel.

6.2. Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló:

- ismeri a racionális számokat.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ábrázol törtreszeket, meghatároz törtreszeknek megfelelő törtszámokat;

- érti és alkalmazza a számok helyi értékes írásmódját tizedes törtek esetén;
- megfelelteti egymásnak a racionális számok közönséges tört és tizedes tört alakját.

6.3. Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Tötrészek ábrázolása, tötrészeknek megfelelő törtszámok meghatározása
- Törtek összehasonlítása, egyszerűsítés, bővítés
- Különböző alakokban írt egyenlő törtek felismerése
- Számok helyi értékes írása tizedes törtek esetén
- Számok ábrázolása számegyenesen

Fogalmak

közönséges tört, számláló, nevező, törtvonal, vegyes szám, egyszerűsítés, bővítés, tizedes tört, tizedesvessző, helyi értékes írásmód, racionális szám, számegyenes

6.4. Javasolt tevékenységek

- Kör (torta, pizza) és téglalap (tábla csokoládé) egyenlő részekre darabolása, adott törtnek megfelelő rész színezése; színezett részhez törtszám megfeleltetése. Törtek szemléltetése papírhajtogatással, színesrúd-moddellal. Adott tötrészek ábrázolása tányérmoddellal (2 különböző színű papírtányért egy sugár mentén bevágva összecúsztatunk; az egyik tányéron például 12 egyenlő részt jelző beosztások vannak)
- Törtek összehasonlítása, például két egyenlő nagyságú és alakú téglalap közül az egyik 4, a másik 3 egyenlő részre osztása; az elsőben a 3 negyed, a másodikban a 2 harmad színezése. A téglalapon kívül más alakzatok színezése, modellek alkalmazása. Egyenlő és különböző törtek előállítás, összehasonlítása: játék az makaó-jellegű kártyajáték szabályai szerint a törtek, tötrészek különböző alakjaival
- A helyiérték-táblázat bővítése; a „tökéletes pénztárgép” „apró” címletekkel való kiegészítése (euró, eurócent)
- Törtek szemléltetése és összehasonlítása párhuzamos számegyeneseken

7. Témakör: Alapműveletek közönséges törtekkel

óraszám: 14 óra

7.1. Előzetes tudás

Törtek a mindennapi életben. Előállításuk hajtogatással, rajzzal, színezéssel.

7.2. Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló:

- törtet összead és kivon,
- törtet szoroz természetes számmal és oszt pozitív egész számmal;
- ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre, valamint a zárójelezésre vonatkozó szabályokat;

- a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- Az alpműveletek elvégzését egyre biztosabban alkalmazza a közös nevezős törtek körében is.

7.3. Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Alpműveletek értelmezése tárgyi tevékenységek, ábrázolások alapján
- Törtek összeadása és kivonása
- Tört szorzása természetes számmal és osztása pozitív egész számmal
- Az alpműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban
- A műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása
- Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő művelet sor felírása
- Kapott eredmény ellenőrzése

Fogalmak

közös nevező

7.4. Javasolt tevékenységek

- Kör- és téglalapmodell, tányérmodell, színesrúd-modell alkalmazása alpműveletek értelmezésére. „21-ezés” dominókkal: minden csoport kap egy kupac lefordított dominót; sorban húzunk, bármikor megállhatunk; a húzott dominót tetszőlegesen fordíthatjuk, egyik oldala a tört számlálója, másik a nevezője; a húzott és megfelelően fordított törteket összeadjuk; akinek az összege 2-nél több, kiesik; az győz, aki legjobban megközelíti a 2-t
- A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli művelet sorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása
- Adott szöveges feladathoz többféle művelet sor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása. Adott szöveges feladathoz megfelelő művelet sor megalkotása. Adott művelet sorhoz szöveges feladat írása

8. Témakör: Alpműveletek tizedes törtekkel

óraszám: 14 óra

8.1. Előzetes tudás

Törtek a mindennapi életben; 10 és 100 nevezőjű törtek megnevezése

8.2. Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló

- tizedes törteket összead és kivon;
- tizedes törtet szoroz természetes számmal és oszt pozitív egész számmal;
- ismeri a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat;
- a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti;
- a gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- gyakorlati feladatok megoldása során tizedes törtet legfeljebb kétjegyű egész számmal írásban oszt, a hányadost megbecsüli.

8.3. Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Tizedes törtek összeadása, kivonása
- Tizedes tört szorzása természetes számmal és osztása pozitív egész számmal
- Az alapműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban
- A műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása írásban és géppel számolás esetén
- Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő művelet sor felírása
- Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése
- Kapott eredmény ellenőrzése; észszerű kerekítés

Fogalmak

kerekítés

8.4. Javasolt tevékenységek

- Az írásbeli műveletvégzés algoritmusának segítése a „tökéletes pénztárgép” működési elvével. „Számalkotó” játék írásbeli összeadáshoz, kivonáshoz
- A tizedes törttel való osztás bemutatása és megtapasztalása mértékegység-átváltás segítségével
- Adott szöveges feladathoz többféle művelet sor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása. Adott szöveges feladathoz megfelelő művelet sor megalkotása. Adott művelet sorhoz szöveges feladat írása
- „Nem hiszem” páros játék tizedes törtekkel

9. Témakör: Arányosság, százalékszámítás

óraszám: 4 óra

9.1. Előzetes tudás

Egyszerű szöveges feladatok megoldása, a szöveg értelmezése. Jelek, szimbólumok használata, összefüggések leírása

9.2. Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló:

- ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén;
- idő, tömeg, hosszúság, terület, térfogat és űrtartalom mértékegységeket átvált helyi értékes gondolkodás alapján, gyakorlati célszerűség szerint.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- egyszerű összefüggéseket felismer.

9.3. Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Hosszúság, űrtartalom, tömeg, idő szabványmértékegységeinek ismerete
- Az ismert szabványmértékegységek átváltása helyi értékes gondolkodás alapján
- Összefüggések felismerése, arányos következtetések

Fogalmak

hosszúság, űrtartalom, tömeg, idő szabványmértékegységei

9.4. Javasolt tevékenységek

- Hosszúság, űrtartalom, tömeg, idő mérése különböző alkalmi (például a ceruza hossza), objektív (például színes rúd) és szabványmértékegységekkel
- Annak megtapasztalása, hogy adott egységgel mérve a kisebb mennyiséghez kevesebb, a nagyobb mennyiséghez több egység szükséges
- A mérőszám változásának megfigyelése adott mennyiség különböző mértékegységekkel való mérése esetén

10. Témakör: Egyszerű szöveges feladatok

óraszám: 10 óra

10.1. Előzetes tudás

Egyszerű szöveges feladatok megoldása: a szöveg értelmezése, adatok kigyűjtése, megoldási terv készítése, becslés, ellenőrzés, az eredmény realitásának vizsgálata. Jelek, szimbólumok használata összefüggések leírására, az ismeretlen kiszámítása.

10.2. Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló:

- különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít;
- matematikából, más tantárgyakból és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel megold;
- gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségeknél becslést végez.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- megoldását ellenőrzi.

10.3. Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Matematikai tartalmú egyszerű szöveges feladatok megoldása különféle módszerekkel, például szakaszos ábrázolással, visszafelé gondolkodással
- A megoldás ellenőrzése
- Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése

Fogalmak

becslés, ellenőrzés

10.4. Javasolt tevékenységek

- „Gondoltam egy számot” játék: a tanár néhány műveletből álló, egyszerű műveletsorral számoltatja a gyerekeket az általuk gondolt számmal; a tanulók megmondják a kapott végeredményt, és a tanár „kitalálja” a gondolt számot

11. Témakör: A függvény fogalmának előkészítése

óraszám: 4 óra

11.1. Előzetes tudás

Számegyenesen való tájékozódás

11.2. Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló:

- konkrét halmazok elemei között megfeleltetést hoz létre;
- megfelelően tájékozódva használja a koordináta-rendszert.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- tájékozódik a koordináta-rendszerben: koordinátaival adott pontot ábrázol, megadott pont koordinátáit leolvassa.

11.3. Fejlesztési feladatok és ismeretek

- A matematikából és a mindennapi életből vett megfeleltetések tulajdonságainak megfigyelése, elemzése
- Tájékozódás térképen, nézőtéren, sakktáblán és a koordináta-rendszerben

Fogalmak

megfeleltetés, koordináta-rendszer, pont koordinátái

11.4. Javasolt tevékenységek

- Mozijegy, színházjegy adatainak értelmezése; saját útvonal berajzolása térképre; torpedó játék, kültéri tájékozódási verseny

- „Telefonos” játék párban vagy csoportban: az egyik játékos elkészít egy rajzot a koordináta-rendszerben úgy, hogy más ne láthassa; ezután az ábra néhány pontjának koordinátáit közli a többiekkel, ami alapján nekik is ugyanazt kell létrehozniuk

12. Témakör: Sorozatok

óraszám: 3 óra

12.1. Előzetes tudás

Összefüggések keresése az egyszerű sorozatok elemei között. Felismert szabály megfogalmazása, a hiányzó elemek pótlása

12.2. Tanulási eredmények

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- sorozatokat adott szabály alapján folytat;
- néhány tagjával adott sorozat esetén felismer és megfogalmaz képzési szabályt.

12.3. Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Sorozatok létrehozása számokból, jelekből, alakzatokból
- Sorozatok adott szabály szerinti folytatása
- Adott sorozat esetén legalább egy szabály felismerése és megfogalmazása

Fogalmak

sorozat, számsorozat, szabály

12.4. Javasolt tevékenységek

- A tanár által megkezdett sorozat minél több szabályának gyűjtése csoportmunkában. Páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a társsal. A párok szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése

13. Témakör: Mérés és mértékegységek

óraszám: 9 óra

13.1. Előzetes tudás

Hosszúság mérése (egyszerű gyakorlati példák). Négyzet, téglalap kerülete: mérés, számítás, mértékegységek. Négyzet, téglalap területének mérése különféle egységekkel, területlefedéssel. A test és a síkidom közötti különbség megértése. Kocka, téglatest felismerése, létrehozása, jellemzői.

13.2. Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló:

- ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén;
- egyenes hasáb, téglatest, kocka alakú tárgyak felszínét és térfogatát méréssel megadja.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- síkbeli tartományok közül kiválasztja a szögtartományokat, nagyság szerint összehasonlítja, méri, csoportosítja azokat.

13.3. Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Szögtartomány ismerete; összehasonlítás, csoportosítás; szögmérés
- Terület, térfogat és űrtartalom mérése gyakorlati helyzetekben alkalmi és szabványegységekkel a természetes és az épített környezetben
- Téglalap, négyzet kerületének, területének mérése
- Téglalap, négyzet kerületének, területének kiszámítása
- Téglatest, kocka alakú tárgyak felszínének és térfogatának mérése a természetes és az épített környezetben

Fogalmak

szög és mértékegységei (fok, szögperc), szögfajták, kerület, terület, űrtartalom és mértékegységei, felszín, térfogat és mértékegységei

13.4. Javasolt tevékenységek

- Szívószál-moddellel szögtartományok kijelölése. Könyv, füzet, ajtó nyitásával létrehozott szögtartományok megfigyelése; szögmérő használata
- Osztályterem adatainak becslése, mérése (hosszúság, szélesség, magasság, ablakok területe, a terem alapterülete, berendezés össztérfogata, a teremben lévő levegő becsült térfogata...)
- Kavicsok térfogatának mérése a mérőhengerben lévő víz vízszintemelkedése alapján. Iskolaépület adatainak becslése, mérése (folyosók hossza, szélessége, alapterülete; lépcső magassága; tornaterem hossza, szélessége, alapterülete, becsült magassága, becsült térfogata;
- Téglatest, kocka alakú dobozok készítéséhez szükséges papír területének becslése, mérése, számolása
- Téglatest, kocka alakú üreges test „feltöltése” egységkockákkal (becslés, mérés, számolás)

14. Témakör: Síkbeli alakzatok

óraszám: 10 óra

14.1. Előzetes tudás

Pont, egyenes, görbe vonalak szemléletes fogalma. Párhuzamos és metsző egyenesek. Háromszög, négyzet, téglalap, sokszög felismerése, jellemzőik, előállításuk kirakással, másolással, hajtogatással, nyírással. Körvonal és körlap.

14.2. Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló:

- ismeri a kör részeit; különbséget tesz egyenes, félegyenes és szakasz között;
- ismeri a sokszögek tulajdonságait.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- csoportosítja a síkidomokat és sokszögeket adott tulajdonság szerint;
- felismeri a síkban az egybevágó alakzatokat.

14.3. Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Környezetünk tárgyaiban a geometriai alakzatok felfedezése
- Síkbeli görbék közül a kör kiválasztása
- Egyenes, félegyenes és szakasz megkülönböztetése
- Síkbeli alakzatok közül a sokszögek kiválasztása
- Téglalap és négyzet tulajdonságainak ismerete, alkalmazása

Fogalmak

síkidom, sokszög, téglalap, négyzet, kör

14.4. Javasolt tevékenységek

- Osztályterem, iskola, iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a lényegtelen tulajdonságok kizárása)
- Különböző készletekből adott szempontoknak megfelelő elemek válogatása
- Háromszögeket tartalmazó készletből adott szempontoknak megfelelő elemek válogatása
- Papír téglalap és négyzet tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása
- Szabálytalan alakú papírból téglalap, négyzet hajtogatása
- Tangram játék

15. Témakör: Transzformációk, szerkesztések

óraszám: 4 óra

15.1. Előzetes tudás

Geometriai alapismeretek, pontthalmazok, körzőhasználat

15.2. Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló:

- derékszögű vonalzó és körző segítségével rajzol téglalapot és derékszögű háromszöget.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- tapasztalatot szerez a szerkesztőeszközök megfelelő használatáról.

15.3. Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Terv, előzetes ábra készítése
- Szakasz másolása körző használatával
- Párhuzamos és merőleges helyzetű egyenesek rajzolása

Fogalmak

merőlegesség, párhuzamosság,

15.4. Javasolt tevékenységek

- Adott ponttól adott távolságra lévő pontok halmaza a síkban kirakással, színezéssel

16. Témakör: Térgeometria

óraszám: 8 óra

16.1. Előzetes tudás

Környezetünk tárgyainak csoportosítása adott szempontok szerint

16.2. Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló:

- a kocka és a téglatest hálóját elkészíti;
- egyszerűbb testeket épít képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján;
- ismeri a kocka és a téglatest következő tulajdonságait: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma;
- ismeri a gömb tulajdonságait;
- a kocka és a téglatest tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában.

16.3. Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Környezetünk tárgyaiban a geometriai testek felfedezése
- Téglatest, kocka tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló
- Testek közül gömb kiválasztása

Fogalmak

test, kocka, téglatest, lap, él, csúcs,

16.4. Javasolt tevékenységek

- Osztályterem, iskola, iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a testek kiválasztása)
- Téglatest- és kockamodell tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása; a tapasztalatok irányított összegzése
- Készletből adott szempontnak megfelelő elemek válogatása
- Építés dobozokból, színes rudakból, kis kockákból (kockacukor) feltételek alapján; lapok, élek, csúcsok, nézetek, hálók megfigyelése

17. Témakör: Leíró statisztika

óraszám: 2 óra

17.1. Előzetes tudás

Adatok gyűjtése, adatok lejegyzése

17.2. Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló:

- értelmezi a táblázatok adatait;
- adatokat táblázatba rendez;
- megadott szempont szerint adatokat gyűjt ki táblázatból, olvas le hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról.

17.3. Fejlesztési feladatok és ismeretek

- A táblázatok adatainak értelmezése
- A hétköznapi életből gyűjtött adatok táblázatba rendezése
- Táblázatból adatgyűjtés adott szempont szerint

Fogalmak

adat

17.4. Javasolt tevékenységek

- Megadott vagy a tanulók által gyűjtött adatok elemzése csoportmunkában

18. Témakör: Valószínűség-számítás

óraszám: 2 óra

18.1. Előzetes tudás

Valószínűségi játékok, kísérletek

18.2. Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló:

- valószínűségi játékokban érti a lehetséges kimeneteket;

- játékában stratégiát követ.

18.3. Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Egyszerű valószínűségi játékok és kísérletek
- Valószínűségi játékok és kísérletek adatainak tervszerű gyűjtése
- A „biztos”, a „lehetséges, de nem biztos” és a „lehetetlen” események felismerése

Fogalmak

valószínűségi kísérlet, „biztos” „lehetetlen” „lehetséges, de nem biztos”

18.4. Javasolt tevékenységek

- Játék dobókockákkal, dobótestekkel, pénzérmével, szerencsekerékkel, zsákba helyezett színes golyókkal
- Típpelős játék eseménykártyákkal: minden kártyára mindenki odaírja a tippjét, hogy 20 kísérletből szerinte hányszor következik be; ellenőrizzük a kísérletek elvégzésével
- 10 korongot feldobunk; a számegyenesen a 0-ból indulva annyit lépünk pozitív irányba, ahány pirosat dobtunk, majd innen annyit negatív irányba, ahány kéket; tippeld meg, hova jutsz; válassz 4 számkártyát, nyersz, ha ezek valamelyikére jutsz
- „Nem hiszem” páros játék: egyik játékos események bekövetkezésének esélyeiről fogalmaz meg állítást (például lehetséges, de nem biztos, hogy két dobókockával dobva a dobott számok összege 13), a másik játékos dönt ennek igazságáról; a játékot az a tanuló nyeri, aki igazat állít
- „Szavazós” játék: a tanár vagy egy tanuló állítást fogalmaz meg egy kísérlet kimenetelére (például két dobókockával a dobott számok szorzata 40); az osztály szavaz a „biztos”, a „lehetséges, de nem biztos” és a „lehetetlen” döntések valamelyikére.

A fejlesztés várt eredményei az 5. évfolyam végén

1. Gondolkodási és megismerési módszerek

- Halmazok megadása adott tulajdonság alapján
- Részhalmaz alkotása
- Két véges halmaz uniójának, metszetének megkeresése
- Állítások megfogalmazása a hétköznapi életből és a matematika területéről, állítások igazságtartalmának eldöntése
- Néhány elem kiválasztása adott szempont szerint
- Néhány elem sorba rendezése különféle módszerekkel

2. Számelmélet és algebra

- A természetes számok halmaza, a tízes számrendszer ismerete, számok írása, olvasása, összehasonlítása

- Műveletek elvégzése, ellenőrzés, műveleti sorrend ismerete, zárójelek alkalmazása
- Egész számok, negatív számok ismerete, ellentett, abszolút érték meghatározása
- Törtszám, racionális szám fogalmának ismerete, törtekkel végzett műveletek elvégzése egyszerű esetekben
- Számegyenes használata, koordináta-rendszer ismerete
- Mérés a gyakorlatban; mértékegységek (hosszúság, terület, űrtartalom, tömeg, idő), mérőeszközök használata; becslés
- Osztó, közös osztók, többszörös, közös többszörösök keresése egyszerű esetekben
- A mindennapi életben felmerülő egyszerű arányossági feladatok megoldása következtetéssel
- Egyszerű szöveges feladatok megoldása

3. Geometria

- Tételek felismerése környezetünk tárgyain, pont, vonal, egyenes, félegyenes, szakasz, sík, szögtartomány
- Körző, vonalzó használata. Merőleges és párhuzamos egyenesek rajzolása
- Háromszögek, négyszögek, sokszögek néhány tulajdonságának ismerete
- Kerület és terület mérése, kerület mértékegységeinek ismerete, átváltása

4. Sorozatok, függvények

- Egyszerű sorozatok folytatása adott szabály szerint
- Egyszerű grafikonok értelmezése

5. Statisztika, valószínűség

- Egyszerű diagramok készítése, értelmezése, táblázatok olvasása
- Valószínűségi játékok és kísérletek végzése, az adatok tervszerű gyűjtése, rendezése

6. évfolyam

A hatodik évfolyam fontos feladata a biztos számolási készség kialakítása a racionális számok halmazán. Támaszkodunk a tanulók 5. osztályban szerzett ismereteire, kiteljesítjük a műveletvégzést. Számolunk fejben és írásban az egész számok és a racionális számok halmazán, a megszerzett tudást alkalmazzuk a mindennapi életben. Szöveges feladatokat oldunk meg egyre nehezedő összefüggésekkel, a hétköznapi és gyakorlati problémákat megfogalmazzuk a matematika nyelvén. A várható eredményekre becsléseket adunk, a megoldást ellenőrizzük. A geometria témakörben méréseket, szerkesztéseket végzünk, egyszerű síkbeli és térbeli alakzatokat ismerünk meg egyre több szempont alapján. A geometriai transzformációk megismeréséhez

tapasztalatokon, tevékenységeken keresztül jutunk el. Bevezetjük az Euklideszi szerkesztést, kialakítjuk a szerkesztési feladatok elvégzésének pontos menetét.

A matematikai gondolkodásmód fejlesztéséhez a halmazok jellemzését, szabályszerűségek és összefüggések felismertetését, általánosító sejtések és állítások megfogalmazását, igazságtartalmuk vizsgálatát, az ábrák és diagramok elemzését is alkalmazzuk. Az érvelés, a cáfolás, a vitakészség, a helyes kommunikáció fejlesztése folyamatos feladat. Ehhez szükséges másokkal a problémamegoldásban együttműködni, a gondolatokat, a megismert fogalmakat rendszerezni. Fokozatosan bővítjük a matematikai szaknyelv és jelölésrendszer használatát, alkalmazását. Az értékelés változatos módszereit alkalmazzuk, a szóbeli dicséret ösztönző erejére mindvégig építünk.

Témakörök

1. Témakör: Halmazok

óraszám: 2 óra

1.1. Előzetes tudás Halmazok megadása adott tulajdonság alapján. Részhalmaz alkotása. Két véges halmaz uniójának, metszetének megkeresése.

1.2. Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- elemeket halmazba rendez több szempont alapján;
- részhalmazokat konkrét esetekben felismer és ábrázol;
- véges halmaz kiegészítő halmazát (komplementerét), véges halmazok közös részét (metszetét), egyesítését (unióját) képezi és ábrázolja konkrét esetekben;
- számokat, számhalmazokat, halmazműveleti eredményeket számegyenesen ábrázol.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- konkrét esetekben halmazokat felismer és ábrázol.

1.3. Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Halmazokba rendezés egy-két szempont szerint
- Halmazábra készítése
- Számhalmazok szemléltetése számegyenesen
- Részhalmazok felismerése ábráról
- Halmazok közös részének és egyesítésének megállapítása ábrázolás segítségével.

Fogalmak

halmaz, elem, halmazábra, részhalmaz, közös rész, egyesítés, számegyenes

1.4. Javasolt tevékenységek

- Konkrét elemek válogatása adott tulajdonság/tulajdonságok szerint, például csoport tagjai közül a szemüvegesek és a barna hajúak
- Egy konkrét válogatás (tárgyak, logikai készlet elemei, alakzatok, szavak...) szempontjának/szempontjainak felfedeztetése
- Konkrét halmaz elemeiből 1, 2, ... elemű részhalmazok képzése, például néhány természetes szám közül 3-mal osztva 1 maradékot adó számok kiválasztása. Példák és ellenpéldák mutatása részhalmazra
- Konkrét elemek két tulajdonság szerinti válogatása során a mindkét tulajdonsággal rendelkező elemek és a pontosan egy tulajdonsággal rendelkező elemek elhelyezése a halmazábrán. A legalább egy tulajdonsággal rendelkező elemek felsorolása
- Játék logikai készlettel

2. Témakör: Matematikai logika, kombinatorika

óraszám: 4 óra

2.1. Előzetes tudás Állítások megfogalmazása a hétköznapi életből és a matematika területéről, állítások igazságtartalmának eldöntése. Néhány elem kiválasztása adott szempont szerint. Néhány elem sorba rendezése különféle módszerekkel

2.2. Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- igaz és hamis állításokat fogalmaz meg;
- tanult minták alapján néhány lépésből álló bizonyítási gondolatsort megért és önállóan összeállít;
- a logikus érvelésben a matematikai szaknyelvet következetesen alkalmazza társai meggyőzésére;
- összeszámlálási feladatok megoldása során alkalmazza az összes eset áttekintéséhez szükséges módszereket.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- állítások logikai értékét (igaz vagy hamis) megállapítja.

2.3. Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Egyszerű állítások logikai értékének (igaz vagy hamis) megállapítása
- Igaz és hamis állítások önálló megfogalmazása
- Nyitott mondatok igazsághalmazának megtalálása próbálgatással
- A matematikai logika egyszerű, a korosztály számára érthető szakkifejezéseinek ismerete és használata
- Egyszerű stratégiai, logikai és pénzügyi játékok, társasjátékok
- Kis elemszámú halmaz elemeinek sorba rendezése mindennapi életből vett példákkal

- Néhány számkártyát tartalmazó készlet elemeiből adott feltételeknek megfelelő számok alkotása
- Az összes eset előállítása során rendszerezési sémák használata: táblázat, ágrajz, szisztematikus felsorolás

Fogalmak

„igaz”, „hamis”; nyitott mondat, igazsághalmaz; „és”, „vagy”; „legalább”, „legfeljebb”; lehetőségek, összes lehetőség, rendszerező áttekintés, ágrajz

2.4. Javasolt tevékenységek

- „Bírósági tárgyalás” játék: a vádlók hamis állításokat fogalmaznak meg például a páros számokról, a védők csoportja pedig cáfolja azokat
- „Füllentős” játék csoportban: a csoportok mondanak 3 állítást, egy hamis, kettő igaz; a többieknek ki kell találni, melyik a hamis
- Az igazsághalmaz elemeit is tartalmazó, néhány elemből álló halmaz elemeinek kipróbálása a nyitott mondat igazzá tételére
- „Rontó” játék: egy kiinduló halmaz elemeire igaz állítás megfogalmazása, ennek elrontása egy új elemmel, majd új igaz állítás megfogalmazása és így tovább
- „Einstein-fejtörő” típusú játék: a szereplőkre vonatkozó állítások alapján személyek és tulajdonságok párosítása
- Konkrét tárgyakkal, készletek elemeivel, geometriai alkotásokkal az adott feltételeknek megfelelő összes lehetőség kirakása és rendszerezése

3. Témakör: Természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek

óraszám: 10 óra

3.1. Előzetes tudás

A természetes számok halmaza, a tízes számrendszer ismerete, számok írása, olvasása, összehasonlítása. Számegyenes használata, koordináta-rendszer ismerete. Osztó, közös osztó, többszörös, közös többszörös ismerete egyszerű esetekben.

3.2. Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a prímszám és az összetett szám fogalmakat; el tudja készíteni összetett számok prímtényezős felbontását 1000-es számkörben;
- meghatározza természetes számok legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- érti és alkalmazza a számok helyi értékes írásmódját nagy számok esetén;
- ismeri a római számjelek közül az L, C, D, M jeleket, felismeri az ezekkel képzett számokat a hétköznapi helyzetekben;

- ismeri és alkalmazza a 2-vel, 3-mal, 4-gyel, 5-tel, 6-tal, 9-cel, 10-zel, 100-zal való oszthatóság szabályait;
- a természetes számokat osztók száma alapján és adott számmal való osztási maradékuk szerint csoportosítja.

3.3. Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Számok helyi értékes írásmódjának megértése különböző alapú számrendszerekben csoportosítást, leltározást, helyiérték-táblázatba rögzítést tartalmazó feladatokon keresztül
- Számok helyi értékes írásmódjának használata nagy számok esetében
- Római számok írása, olvasása a következő jelekkel: I, V, X, L, C, D, M
- Osztók, többszörösök meghatározása; két szám közös osztóinak meghatározása; közös többszörösök meghatározása
- 2-vel, 3-mal, 4-gyel, 5-tel, 6-tal, 9-cel, 10-zel, 100-zal való oszthatósági szabályok ismerete és alkalmazása
- A természetes számok csoportosítása osztók száma alapján és adott számmal való osztási maradékuk szerint

Fogalmak

helyi érték, alaki érték, valódi érték, osztó, közös osztó, többszörös, közös többszörös

3.4. Javasolt tevékenységek

- Vásárlás „fabatkával”, például tízes számrendszerbeli számokkal árazott termékek vásárlása a virtuális boltban 1, 3, 9, 27, ... címletű játékpénz felhasználásával úgy, hogy minél kevesebb érmét használjunk fel; leltárkészítés a felhasznált címletekről
- Játék a „tökéletes pénztárgéppel” 10 000-nél nagyobb számokkal: a gép a tíz egyforma címletű pénzt kiveszi, és a következő fiókba beletesz egy tízszer akkora címletűt, majd kiírja a fiók tartalmát. Mit tettem a fiókba, és mit ír ki a gép?
- Páros munkában arab számok átírása római számokra és viszont; memórijáték
- „Bumm” játék a közös többszörösök meghatározásához: a tanulók hangosan számlálnak, például az egyik csoport tagjai az 5 többszöröseinél tapsolnak, a másik csoport tagjai a 7 többszöröseinél dobbantanak
- Oszthatósági tulajdonságok megfigyelése 3, 4, 5, ... oldalú hasábra felcsavart számegyenes segítségével
- „Osztó-fosztó” játék: az egyik játékos elvesz egy számkártyát, a másik elveheti ennek a számnak az összes, még az asztalon lévő osztóját, ezután a második játékos választ egy számot és így tovább...

4. Témakör: Alapműveletek természetes számokkal

óraszám: 6 óra

4.1. Előzetes tudás

Műveletek elvégzése, ellenőrzés, műveleti sorrend ismerete, zárójelek alkalmazása.

4.2. Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- írásban összead, kivon és szoroz;
- ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejben, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében;
- a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti;
- a gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít;
- a fejszámoláson és az írásban végzendő műveleteken túlmutató számolási feladatokhoz és azok ellenőrzéséhez számológépet használ.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- gyakorlati feladatok megoldása során legfeljebb kétjegyű egész számmal írásban oszt, a hányadost megbecsüli.

4.3. Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Számkörbővítés; fejben számolás százezres számkörben kerek ezresekkel; analógiák alkalmazása
- Természetes számok összeadása, kivonása és szorzása írásban
- Írásbeli osztás algoritmus a kétjegyű természetes számmal
- Írásbeli osztás legfeljebb kétjegyű természetes számmal gyakorlati feladatok megoldása során; a hányados becslése
- A műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása fejben, írásban és géppel számolás esetén
- Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő művelet sor felírása
- A gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése
- Az alapműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, szétagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban
- Zárójeleket tartalmazó művelet sorok átalakítása, kiszámolása a természetes számok körében
- Kapott eredmény ellenőrzése; észszerű kerekítés

Fogalmak

összeadandók, az összeg tagjai, kisebbítendő, kivonandó, különbség, szorzandó, szorzó, szorzat, a szorzat tényezői, felcserélhetőség, csoportosíthatóság, szétagolhatóság, osztandó, osztó, hányados, maradék, zárójel, kerekítés, becslés, ellenőrzés

4.4. Javasolt tevékenységek

- Fejben számolás gyakorlása „intelligens puff” játékkal

- „Számalkotó” játék írásbeli összeadáshoz, kivonáshoz: a műveletekben szereplő számokhoz számjegyek sorsolása dobókockával; a dobott értékek tetszőleges helyi értékre írhatók; az nyer, aki a legnagyobb, legkisebb vagy adott célszámhoz legközelebbi eredményt tudja kiszámolni a felírt számaiból
- A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli műveletsorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása
- Adott szöveges feladathoz többféle műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása. Adott szöveges feladathoz megfelelő műveletsor megalkotása. Adott műveletsorhoz szöveges feladat írása
- „Nem hiszem” páros játék: egyik játékos állításokat fogalmaz meg, a másik játékos dönt ennek igazságáról; például: két liter tej belefér egy 1 dm élű kocka alakú edénybe; a játékot az a tanuló nyeri, aki eltalálja az állítás igazságértékét

5. Témakör: Egész számok; alpműveletek egész számokkal

óraszám: 16 óra

5.1. Előzetes tudás

Negatív számok a mindennapi életben; hőmérséklet, adósság. Egész számok, negatív számok ismerete, ellentett, abszolút érték meghatározása.

5.2. Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejben és írásban;
- a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti;
- a gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít;
- a fejszámoláson és az írásban végzendő műveleteken túlmutató számolási feladatokhoz és azok ellenőrzéséhez számológépet használ.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- meghatározza konkrét számok ellentettjét, abszolút értékét;
- ismeri az egész számokat.

5.3. Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Negatív számok a gyakorlatban: adósság, tengerszint alatti mélység, fagypont alatti hőmérséklet
- Egész számok ismerete, összehasonlítása, ábrázolása számegyenesen. Ellentett, abszolút érték fogalmának ismerete és alkalmazása

- Alapműveletek értelmezése tárgyi tevékenységek, ábrázolások alapján a számkörbővítés során
- Alapműveletek elvégzése az egész számok körében
- Az alapműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban
- A műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása fejben, írásban és géppel számolás esetén
- Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő műveletsor felírása
- Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése
- Kapott eredmény ellenőrzése; észszerű kerekítés

Fogalmak

ellentett, negatív szám, előjel, egész szám, abszolút érték, kerekítés, becslés, ellenőrzés

5.4. Javasolt tevékenységek

- Vagyoni helyzet megállapítása játékpénzzel és adósságcédulákkal
- Hőmérséklet-változás követése hőmérőmodellen
- Számok szemléltetéséhez, összehasonlításához, sorba rendezéséhez „élő számegyenes” létrehozása: a tanulók egy, a hátukra ragasztott számot képviselnek, és az értéküknek megfelelően foglalják el a helyüket
- Kukás játék: mindenki rajzol 5 négyzetet és egy kukát; számokat húznak például (-10) -tól $(+10)$ -ig számkártyákból; a húzott számot mindenki beírja valamelyik négyzetbe úgy, hogy a négyzetekben levő számok végül növekvő sorrendben legyenek; ha valaki nem tudja beírni a húzott számot, akkor az a szám megy a kukába; az győz, aki leghamarabb kitölti minden négyzetét
- Az előírt művelet szemléltetése játékpénzzel és adósságcédulákkal
- Az előírt művelet szemléltetése a számegyenesen való lépegetéssel, például „Hol van a kisautó, ha ... ?”
- Gazdálkodj okosan! játék rövidített formája kevés, kis címletű készpénzzel úgy, hogy a játékos kénytelen legyen kölcsönt felvenni; szerencsekártya használata negatív szám kivonásának modellezésére: a bank elengedi 2 Ft adósságodat; ha nincs adósságod, vegyél fel kölcsönt
- A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli műveletsorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása
- Adott szöveges feladathoz többféle műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása
- Adott szöveges feladathoz megfelelő műveletsor megalkotása
- Adott műveletsorhoz szöveges feladat írása
- „Nem hiszem” páros játék előjeles mennyiségekkel

6. Témakör: Közöséges törtek, tizedes törtek, racionális számok

óraszám: 4 óra

6.1. Előzetes tudás

Törtek a mindennapi életben: különféle nevezőjű törtek megnevezése, lejegyzése szöveggel, előállítása hajtogatással, nyírással, rajzzal, színezéssel.

6.2. Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a racionális számokat, tud példát végtelen nem szakaszos tizedes törtre.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ábrázol törtreszeket, meghatároz törtreszeknek megfelelő törtszámokat;
- érti és alkalmazza a számok helyi értékes írásmódját tizedes törtek esetén;
- megfigyelteti egymásnak a racionális számok közöséges tört és tizedes tört alakját;
- érti a számok különféle alakja közötti kapcsolatot.

6.3. Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Törtreszek ábrázolása, törtreszeknek megfelelő törtszámok meghatározása
- Törtek összehasonlítása, egyszerűsítés, bővítés
- Különböző alakokban írt egyenlő törtek felismerése
- Számok helyi értékes írása tizedes törtek esetén
- Számok ábrázolása számegyenesen

Fogalmak

közöséges tört, számláló, nevező, törtvonal, vegyes szám, egyszerűsítés, bővítés, tizedes tört, tizedesvessző, helyi értékes írásmód, racionális szám, számegyenes

6.4. Javasolt tevékenységek

- Kör (torta, pizza) és téglalap (tábla csokoládé) egyenlő részekre darabolása, adott törtnek megfelelő rész színezése; színezett részhez törtszám megfeleltetése. Törtek szemléltetése papírhajtogatással, színesrúd-moddell. Adott törtreszek ábrázolása tányérmoddell (2 különféle színű papírtányért egy sugár mentén bevágva összecúsztatunk; az egyik tányéron például 12 egyenlő részt jelző beosztások vannak)
- Törtek összehasonlítása, például két egyenlő nagyságú és alakú téglalap közül az egyik 4, a másik 3 egyenlő részre osztása; az elsőben a 3 negyed, a másodikban a 2 harmad színezése. A téglalapon kívül más alakzatok színezése, modellek alkalmazása
- Egyenlő és különféle törtek előállítása, összehasonlítása: játék az makaó-jellegű kártyajáték szabályai szerint a törtek, törtreszek különféle alakjaival

- A helyiérték-táblázat bővítése; a „tökéletes pénztárgép” „apró” címletekkel való kiegészítése (euró, eurócent)
- Törtek szemléltetése és összehasonlítása párhuzamos számegyeneseken

7. Témakör: Alapműveletek közönséges törtekkel

óraszám: 10 óra

7.1. Előzetes tudás

Törtek összeadása és kivonása, törtek szorzása és osztása természetes számmal

7.2. Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- elvégzi az alapműveleteket a racionális számok körében, eredményét összeveti előzetes becslésével;
- ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejben, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében;
- a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- meghatározza konkrét számok reciprokát.

7.3. Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Alapműveletek értelmezése tárgyi tevékenységek, ábrázolások alapján
- Reciprok fogalmának ismerete és alkalmazása
- Alapműveletek elvégzése a közönséges törtek körében
- Az alapműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, szétagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban
- A műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása
- Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő műveletsor felírása
- Kapott eredmény ellenőrzése

Fogalmak

közös nevező, reciprok

7.4. Javasolt tevékenységek

- Kör- és téglalapmodell, tányérmodell, színesrúd-modell alkalmazása alapműveletek értelmezésére. „21-ezés” dominókkal: minden csoport kap egy kupac lefordított dominót; sorban húzunk, bármikor megállhatunk; a húzott dominót

tetszőlegesen fordíthatjuk, egyik oldala a tört számlálója, másik a nevezője; a húzott és megfelelően fordított törteket összeadjuk; akinek az összege 2-nél több, kiesik; az győz, aki legjobban megközelíti a 2-t

- A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli műveletsorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása
- Adott szöveges feladathoz többféle műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása. Adott szöveges feladathoz megfelelő műveletsor megalkotása. Adott műveletsorhoz szöveges feladat írása

8. Témakör: Alapműveletek tizedes törtekkel

óraszám: 10 óra

8.1. Előzetes tudás

Tizedes törtek összeadása, kivonása, valamint tizedes tört szorzása természetes számmal, osztása pozitív egész számmal.

8.2. Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- elvégzi az alapműveleteket a racionális számok körében, eredményét összeveti előzetes becslésével;
- tizedes törteket írásban összead és kivon,
- tizedes törteket összeszoroz, tizedes törtet eloszt tizedes törttel;
- ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejben, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében;
- a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti;
- a gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít;
- a fejszámoláson és az írásban végzendő műveleteken túlmutató számolási feladatokhoz és azok ellenőrzéséhez számológépet használ.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- gyakorlati feladatok megoldása során tizedes törtet legfeljebb kétjegyű egész számmal írásban oszt, a hányadost megbecsüli.

8.3. Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Tizedes törtek összeadása, kivonása és szorzása írásban
- Tizedes törtek írásbeli osztása legfeljebb két tizedes jegyet tartalmazó számmal gyakorlati feladatok megoldása során; a hányados becslése

- Az alpműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, szétagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban
- A műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása írásban és géppel számolás esetén
- Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő művelet sor felírása
- Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése
- Kapott eredmény ellenőrzése; észszerű kerekítés

Fogalmak

kerekítés

8.4. Javasolt tevékenységek

- Az írásbeli műveletvégzés algoritmusának segítése a „tökéletes pénztárgép” működési elvével. „Számalkotó” játék írásbeli összeadáshoz, kivonáshoz
- A tizedes törttel való osztás bemutatása és megtapasztalása mértékegység-átváltás segítségével
- A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli művelet sorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása
- Adott szöveges feladathoz többféle művelet sor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása. Adott szöveges feladathoz megfelelő művelet sor megalkotása. Adott művelet sorhoz szöveges feladat írása
- „Nem hiszem” páros játék tizedes törtekkel

9. Témakör: Arányosság, százalékszámítás

óraszám: 14 óra

9.1. Előzetes tudás

Egyszerű arányos következtetések. Jelek, szimbólumok használata, összefüggések leírására

9.2. Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;
- felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját;
- ismeri a százalék fogalmát, gazdasági, pénzügyi és mindennapi élethez kötődő százalékszámítási feladatokat megold;
- ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén;

- idő, tömeg, hosszúság, terület, térfogat és űrtartalom mértékegységeket átvált helyi értékes gondolkodás alapján, gyakorlati célszerűség szerint.

9.3. Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Egyenes arányosság felismerése hétköznapi helyzetekben
- Az egyenesen arányos mennyiségek felismert tulajdonságainak alkalmazása konkrét gyakorlati feladatok megoldásában
- Az egyenes arányosság és a mérés kapcsolatának felismerése
- Hosszúság, űrtartalom, tömeg, idő szabványmértékegységeinek ismerete
- Az ismert szabványmértékegységek átváltása helyi értékes gondolkodás alapján
- Törtrészkiszámítási feladatok az egyenesen arányos mennyiségek kapcsolatainak alkalmazásával
- Századrész és százalék elnevezések párhuzamos használata gyakorlati helyzetekben

Fogalmak

arány, egyenes arányosság, hosszúság, űrtartalom, tömeg, idő szabványmértékegységei

9.4. Javasolt tevékenységek

- Egyenesen arányos mennyiségpárok keresése például vásárlás, parkettázás, mérés esetén
- Annak megtapasztalása, hogy adott egységgel mérve a kisebb mennyiséghez kevesebb, a nagyobb mennyiséghez több egység szükséges. A mérőszám változásának megfigyelése adott mennyiség különböző mértékegységekkel való mérése esetén
- Törtrész előállításának megmutatása konkrét modelleken, például a $\frac{2}{3}$ rész kiszámításakor először 3 egyenlő részre osztás az $\frac{1}{3}$ rész kiszámításához, majd 2-vel szorzás
- Fogyasztási cikkek címkéin, reklámokban, társadalomismereti és természetismereti tanulmányokban előforduló százalékos adatok értelmezése

10. Témakör: Egyszerű szöveges feladatok

óraszám: 10 óra

10.1. Előzetes tudás

Egyszerű szöveges feladatok megoldása: a szöveg értelmezése, adatok kigyűjtése, megoldási terv készítése, becslés, ellenőrzés, az eredmény realitásának vizsgálata. Jelek, szimbólumok használata összefüggések leírására, az ismeretlen kiszámítása.

10.2. Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- egyismeretlenes elsőfokú egyenletet lebontogatással és mérlegelvvel megold;
- különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít;
- matematikából, más tantárgyakból és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;
- gazdasági, pénzügyi témájú egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;
- gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségeknél becslést végez.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- megoldását ellenőrzi.

10.3. Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Matematikai tartalmú egyszerű szöveges feladatok megoldása különféle módszerekkel, például szakaszos ábrázolással, visszafelé gondolkodással
- Gazdasági területekről vett egyszerű szöveges feladatok megoldása különféle módszerekkel, például szakaszos ábrázolással, visszafelé gondolkodással
- A mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása különféle módszerekkel, például szakaszos ábrázolással, visszafelé gondolkodással
- A megoldás ellenőrzése
- Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése

Fogalmak

becslés, ellenőrzés

10.4. Javasolt tevékenységek

- „Gondoltam egy számot” játék: a tanár néhány műveletből álló műveletsorral számoltatja a gyerekeket az általuk gondolt számmal; a tanulók megmondják a kapott végeredményt, és a tanár „kitalálja” a gondolt számot; a tanár többféle algoritmus után felajánlja a szerepcserét
- Törtrészek összehasonlítását tartalmazó szöveges feladatokban a törtrészek szemléltetése szakaszokkal

11. Témakör: A függvény fogalmának előkészítése

óraszám: 4 óra

11.1. Előzetes tudás

Tájékozódás derékszögű koordináta-rendszerben

11.2. Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- konkrét halmazok elemei között megfeleltetést hoz létre;
- felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;
- felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- tájékozódik a koordináta-rendszerben: koordinátaival adott pontot ábrázol, megadott pont koordinátáit leolvassa.

11.3. Fejlesztési feladatok és ismeretek

- A matematikából és a mindennapi életből vett megfeleltetések legalább egy lehetséges szabályának megadása
- A matematikából és a mindennapi életből vett megfeleltetések tulajdonságainak megfigyelése, elemzése
- Tájékozódás térképen és a koordináta-rendszerben
- Egyenes arányosság grafikonjának felismerése

Fogalmak

megfeleltetés, egyenes arányosság, koordináta-rendszer, pont koordinátái, grafikon

11.4. Javasolt tevékenységek

- A tanár által adott megfeleltetés szabályának felismerése. Páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a társsal. A párok szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése
- „Telefonos” játék párban vagy csoportban: az egyik játékos elkészít egy rajzot a koordináta-rendszerben úgy, hogy más ne láthassa; ezután az ábra néhány pontjának koordinátáit közli a többiekkel, ami alapján nekik is ugyanazt kell létrehozniuk
- Egyenes arányosság gyakorlati feladatainak adataiból grafikon készítése. „Nem hiszem” páros játék: különböző grafikonok közül az egyenes arányosság grafikonjának kiválasztása

12. Témakör: Sorozatok

óraszám: 3 óra

12.1. Előzetes tudás

Összefüggések keresése a sorozatok elemei között
Felismert szabály megfogalmazása, a hiányzó elemek pótlása

12.2. Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- sorozatokat adott szabály alapján folytat;
- néhány tagjával adott sorozat esetén felismer és megfogalmaz képzési szabályt.

12.3. Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Sorozatok létrehozása számokból, jelekből, alakzatokból
- Szabálykövetés ritmusban, rajzban, számolásban
- Sorozatok adott szabály szerinti folytatása
- Adott sorozat esetén legalább egy szabály felismerése és megfogalmazása

Fogalmak

sorozat, számsorozat, szabály

12.4. Javasolt tevékenységek

- Számok, sorminták, díszítőelemek, kották, népi motívumok tanári bemutatása, tanulói saját munka készítése
- Megkezdett ritmusgyakorlat megisméltése, tovább fűzése, megkezdett díszítő motívum, sorminta folytatása. „Bumm” játék: számolási szabály követése, például a 7-tel osztható és a 7-est tartalmazó számokra
- A tanár által megkezdett sorozat minél több szabályának gyűjtése csoportmunkában. Páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a társsal. A párok szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése

13. Témakör: Mérés és mértékegységek óraszám: 6 óra

13.1. Előzetes tudás

Négyzet és téglalap kerülete, területe. Képlet, számítás, megfelelő mértékegység

13.2. Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- meghatározza háromszögek és speciális négyszögek kerületét, területét;
- egyenes hasáb, téglatest, kocka alakú tárgyak felszínét és térfogatát méréssel megadja, egyenes hasáb felszínét és térfogatát képlet segítségével kiszámolja; a képleteket megalapozó összefüggéseket érti.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- síkbeli tartományok közül kiválasztja a szögtartományokat, nagyság szerint összehasonlítja, méri, csoportosítja azokat.

13.3. Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Szögtartomány ismerete; összehasonlítás, csoportosítás; szögmérés
- Terület, térfogat és űrtartalom mérése gyakorlati helyzetekben alkalmi és szabványegységekkel a természetes és az épített környezetben
- Téglalap, négyzet és háromszög kerületének, területének mérése a természetes és az épített környezetben

- Sokszögek területének meghatározása átdarabolással
- Téglatest, kocka alakú tárgyak felszínének és térfogatának mérése a természetes és az épített környezetben
- Téglatest, kocka alakú tárgyak felszínének és térfogatának kiszámítása

Fogalmak

szög és mértékegységei (fok, szögperc), szögfajták, kerület, terület, űrtartalom és mértékegységei, felszín, térfogat és mértékegységei

13.4. Javasolt tevékenységek

- Szögmérő használata
- Papírból készült sokszögek átdarabolásának bemutatása, majd egyéni kipróbálás és a saját megoldások összehasonlítása
- Téglatest, kocka alakú dobozok készítéséhez szükséges papír területének becslése, mérése, számolása
- Téglatest, kocka alakú üreges test „feltöltése” egységkockákkal (becslés, mérés, számolás)

14. Témakör: Síkbeli alakzatok

óraszám: 9 óra

14.1. Előzetes tudás

Szimmetria felismerése. Síkbeli alakzatok megnevezése, csoportosításuk adott szempont alapján.

14.2. Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a tengelyesen szimmetrikus háromszöget;
- ismeri a négyszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma;
- ismeri a speciális négyszögeket: trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet;
- ismeri a speciális négyszögek legfontosabb tulajdonságait, ezek alapján elkészíti a halmazábrájukat;
- a háromszögek és a speciális négyszögek tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában;
- ismeri a háromszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, háromszög-egyenlőtlenség.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- csoportosítja a háromszögeket szögeik és oldalaik szerint;
- felismeri a síkban az egybevágó alakzatokat.

14.3. Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Környezetünk tárgyaiban a geometriai alakzatok felfedezése
- Síkbeli alakzatok közül a sokszögek kiválasztása
- Háromszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: belső szögek összege, háromszög-egyenlőtlenség
- Tengelyesen szimmetrikus háromszögek ismerete
- Háromszögek csoportosítása szögeik és oldalaik szerint

Fogalmak

síkidom, sokszög, belső szög, külső szög; hegyesszögű, derékszögű, tompaszögű, egyenlő szárú és szabályos háromszög;

14.4. Javasolt tevékenységek

- Osztályterem, iskola, iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a lényegtelen tulajdonságok kizárása)
- Különböző készletekből adott szempontoknak megfelelő elemek válogatása
- Papír háromszög sarkainak levágása és egymás mellé helyezése. Szívószálból, hurkapálcából háromszög készítése (lehetséges és lehetetlen helyzetek)
- Papír háromszögek hajtogatásával vagy síktükör alkalmazásával szimmetriatulajdonságok megfigyelése
- Háromszögeket tartalmazó készletből adott szempontoknak megfelelő elemek válogatása
- Tangram játék

15. Témakör: Transzformációk, szerkesztések

óraszám: 16 óra

15.1. Előzetes tudás

Geometriai alapismeretek, szerkesztőeszközök használata

15.2. Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- megszerkeszti alakzatok tengelyes tükrképét;
- geometriai ismereteinek felhasználásával pontosan szerkeszt több adott feltételnek megfelelő ábrát;
- ismeri a tengelyesen szimmetrikus háromszöget;
- felismeri a kicsinyítést és a nagyítást hétköznapi helyzetekben;
- ismer és használ dinamikus geometriai szoftvereket, tisztában van alkalmazási lehetőségeikkel.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- tapasztalatot szerez a síkbeli mozgásokról gyakorlati helyzetekben;
- felismeri a síkban az egybevágó alakzatokat;
- a szerkesztéshez tervet, előzetes ábrát készít;
- ismeri az alapszerkesztéseket: szakaszfelező merőleget, szögfelezőt, merőleges és párhuzamos egyeneseket szerkeszt, szöget másol.

15.3. Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Tapasztalatszerzés síkbeli mozgásokról gyakorlati helyzetekben
- Egybevágó alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben
- Tengelyes tükrözés ismerete és alkalmazása
- Tengelyesen szimmetrikus alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben
- Alakzatok tengelyes tükröképének megszerkesztése
- Alapszerkesztések: szakaszfelező merőleges, merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése; szögfelezés, szögmásolás
- Szerkesztéshez terv, előzetes ábra készítése
- Néhány adott feltételnek megfelelő ábra pontos szerkesztése

Fogalmak

szimmetriatengely, tengelyes szimmetria, merőlegesség, párhuzamosság, szakaszfelező merőleges, szögfelező félegyenes

15.4. Javasolt tevékenységek

- Ábrák másolása másolópapír segítségével; a másolat mozgatása
- Szimmetrikus alkotások előállítása például tükör, hajtogatás, digitális eszköz segítségével
- Osztályterem, iskola, közeli játszótér, park, tó, épület egybevágó részeinek keresése, tengelyesen szimmetrikus alakzatok kiválasztása
- Tengelyes tükrözésen alapuló szerkesztések elvégzése saját eszközökkel (körző, egyélű vonalzó)

16. Témakör: Térgeometria

óraszám: 8 óra

16.1. Előzetes tudás

Tárgyak, geometriai testek csoportosítása adott szempontok szerint.

16.2. Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- a kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla hálóját elkészíti;

- testeket épít képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján;
- ismeri a kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla következő tulajdonságait: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló;
- ismeri a gömb tulajdonságait;
- a kocka, a téglatest, a hasáb, a gúla, a gömb tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában.

16.3. Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Környezetünk tárgyaiban a geometriai testek felfedezése
- Téglatest, kocka tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló
- Testek közül gömb kiválasztása
- Építmények készítése képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján
- Testekről, építményekről nézeti rajzok, alaprajzok, hálók készítése

Fogalmak

test, kocka, téglatest, lap, él, csúcs, lapátló, testátló, alaprajz, háló, nézet

16.4. Javasolt tevékenységek

- Osztályterem, iskola, iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a testek kiválasztása)
- Készletből adott szempontnak megfelelő elemek válogatása
- Építés dobozokból, színes rudakból, kis kockákból (kockacukor) feltételek alapján; lapok, élek, csúcsok, nézetek, hálók megfigyelése
- Egyéni munkában építmények, rajzok, hálók készítése; az alkotások összehasonlítása, megbeszélése, kiállítása az osztályteremben. Zsinóros térgeometriai modellek használata

17. Témakör: Leíró statisztika

óraszám: 2 óra

17.1. Előzetes tudás

Adatokat gyűjtése, táblázatban megjelenített adatok értelmezése

17.2. Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- értelmezi a táblázatok adatait, az adatoknak megfelelő ábrázolási módot kiválasztja, és az ábrát elkészíti;
- adatokat táblázatba rendez, diagramon ábrázol hagyományos és digitális eszközökkel is;

- különböző típusú diagramokat megfeleltet egymásnak;
- megadott szempont szerint adatokat gyűjt ki táblázatból, olvas le hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról, majd rendszerezés után következtetéseket fogalmaz meg;
- konkrét adatsor esetén átlagot számol.

17.3. Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Adatokat, táblázatokat és diagramokat tartalmazó források használata
- A táblázatok adatainak értelmezése, ábrázolás oszlopdiagram segítségével
- A hétköznapi életből gyűjtött adatok táblázatba rendezése, ábrázolása hagyományos és digitális eszközökkel kisméretű minta esetén
- Azonos adathalmazon alapuló kördiagram és oszlopdiagram összehasonlítása becslés alapján kisméretű minta esetén
- Táblázatból adatgyűjtés adott szempont szerint
- Átlag fogalmának ismerete, alkalmazása

Fogalmak

adat, diagram, átlag

17.4. Javasolt tevékenységek

- Gyűjtőmunka, a gyűjtött adatok bemutatása, megbeszélése, értelmezése
- Megadott vagy a tanulók által gyűjtött adatok ábrázolása és elemzése csoportmunkában

18. Témakör: Valószínűség-számítás

óraszám: 2 óra

18.1. Előzetes tudás

Valószínűségi játékok, kísérletek, események

18.2. Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- valószínűségi játékokat, kísérleteket végez, ennek során az adatokat tervszerűen gyűjti, rendezi és ábrázolja digitálisan is;
- valószínűségi játékokban érti a lehetséges kimeneteket, játékában stratégiát követ;
- ismeri a gyakoriság és a relatív gyakoriság fogalmát. Ismereteit felhasználja a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál.

18.3. Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Egyszerű valószínűségi játékok és kísérletek

- Valószínűségi játékok és kísérletek adatainak tervszerű gyűjtése
- A „biztos”, a „lehetséges, de nem biztos” és a „lehetetlen” események felismerése

Fogalmak

valószínűségi kísérlet, „biztos” esemény; „lehetetlen” esemény

18.4. Javasolt tevékenységek

- Játék dobókockákkal, dobótestekkel, pénzérmékkel, szerencsekerékkel, zsákba helyezett színes golyókkal
- Játék eseménykártyákkal a „biztos”, „lehetséges, de nem biztos”, „lehetetlen” események megkülönböztetésére, események gyakoriságának megfigyelésére csoportmunkában: valószínűségi kísérlethez (például 3 korongot feldobunk) tartozó eseményeket írunk kártyákra (például mindhárom kék; több a kék, mint a piros; nincs piros; van kék; van két egyforma szín; egyik színből sincs legalább kettő); kiosztjuk a kártyákat, elvégezzük a kísérletet, majd mindenki rátesz egy zsetont arra a kártyájára, amelyikre írt esemény bekövetkezett; a kísérletek végén elemzés: melyik a jó kártya, melyik rossz, melyiket választanád
- Típpelős játék eseménykártyákkal: minden kártyára mindenki odaírja a tippjét, hogy 20 kísérletből szerinté hányszor következik be; ellenőrizzük a kísérletek elvégzésével
- Bökös játék csoportban: minden körben a 100-as tábláról véletlenszerűen választunk egy számot (bökünk vagy papírgalacsint dobunk a táblára); a játék elején mindenkinek van 5 korongja; körönként a szám választása előtt minden játékos egy-egy koronggal tippel, például kékre fordítja, ha a szám 7-tel osztható, pirosra, ha nem; ha nem találta el, elvesztette a korongját, ha talált, akkor nem; az veszít, akinek hamarabb elfogynak a korongjai
- 10 korongot feldobunk; a számegyenesen a 0-ból indulva annyit lépünk pozitív irányba, ahány pirosat dobtunk, majd innen annyit negatív irányba, ahány kéket; tippeld meg, hova jutsz; válassz 4 számkártyát, nyersz, ha ezek valamelyikére jutsz
- „Nem hiszem” páros játék: egyik játékos események bekövetkezésének esélyeiről fogalmaz meg állítást (például lehetséges, de nem biztos, hogy két dobókockával dobva a dobott számok összege 13), a másik játékos dönt ennek igazságáról; a játékot az a tanuló nyeri, aki igazat állít
- „Szavazós” játék: a tanár vagy egy tanuló állítást fogalmaz meg egy kísérlet kimenetelére (például két dobókockával a dobott számok szorzata 40); az osztály szavaz a „biztos”, a „lehetséges, de nem biztos” és a „lehetetlen” döntések valamelyikére.

A fejlesztés várt eredményei a 6. évfolyam végén

1. Gondolkodási és megismerési módszerek

- Halmazok megadása adott tulajdonság alapján; részhalmaz alkotása
- Két véges halmaz uniójának, metszetének megkeresés
- Állítások megfogalmazása a hétköznapi életből és a matematika területéről, állítások igazságtartalmának eldöntése
- Néhány elem kiválasztása adott szempont szerint; néhány elem sorba rendezése

2. Számelmélet és algebra

- A természetes számok halmaza, a tízes számrendszer ismerete, számok írása, olvasása, összehasonlítása
- Műveletek elvégzése, ellenőrzés, műveleti sorrend ismerete, zárójelek alkalmazása
- Egész számok, negatív számok ismerete, ellentett, abszolút érték meghatározása
- Törtszám, racionális szám fogalmának ismerete, törtekkel végzett műveletek elvégzése
- Számegyenes használata, koordináta-rendszer ismerete
- Mérés a gyakorlatban; mértékegységek; mérőeszközök használata
- Osztók, közös osztó, többszörösök, közös többszörös meghatározása
- Oszthatósági szabályok megfigyelése
- A mindennapi életben felmerülő egyszerűbb arányossági feladatok megoldása következtetéssel, összefüggések megfigyelése és megfogalmazása
- A százalék fogalmának megismerése, egyszerű számítási feladatok elvégzése
- Egyszerű egyenletek, egyenlőtlenségek használata
- Egyszerű szöveges feladatok megoldása

3. Geometria

- Tételek felismerése környezetünk tárgyain, pont, vonal, egyenes, félegyenes, szakasz, sík, szögtartomány
- Szerkesztések elvégzése, körző, vonalzó használata. Szakasz másolása, szög másolása, merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése
- Háromszögek, négyszögek, sokszögek tulajdonságának ismerete
- Kerület és terület mérése, kerület mértékegységeinek ismerete, átváltása
- Téglalap felületének, térfogatának számítása
- Tengelyes tükrözés végzése, tengelyes szimmetria tulajdonságainak ismerete

4. Sorozatok, függvények

- Egyszerű sorozatok folytatása adott szabály szerint
- Egyszerű grafikonok értelmezése

5. Statisztika, valószínűség

- Egyszerű diagramok készítése, értelmezése, táblázatok olvasása
- Néhány szám számtani közepének kiszámítása
- Valószínűségi játékok és kísérletek végzése, az adatok tervszerű gyűjtése, rendezése

7 – 8. évfolyam

Évfolyam	7. évfolyam	8. évfolyam
Témakörök megnevezései és óraszámjai		
1. Halmazok, számhalmazok	3	3
2. Matematikai logika, kombinatorika, gráfok	3	5
3. Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök	26	18
4. Arányosság, százalékszámítás	16	12
5. Szöveges feladatok előkészítése	18	16
6. Szöveges feladatok	8	12
7. A függvény fogalmának előkészítése	10	16
8. Síkbeli alakzatok	20	10
9. Transzformációk, szerkesztések	16	12
10. Térgeometria	10	12
11. Leíró statisztika	3	10
12. Valószínűség-számítás	3	6
Szabadon felhasználható órák	8	12
Összesen	144	144

A 7–8. évfolyamon nagyobb hangsúlyt kap az elvonatkoztatás és az absztrakció képességének fejlesztése, miközben továbbra is megmarad a szemléltetés és az eszközök használata. Elvárható a tapasztalatok általános megfogalmazása, a mindennapi életből vett szöveges problémák matematikai szempontú értelmezése, a megsejtett összefüggések indoklásának igénye és a tanult matematikai fogalmakat megnevező szakkifejezések helyes használata. Fejlődik a vitatkozás és az érvelés kultúrája az osztálytársakkal és a szaktanárral.

A 7–8. évfolyamon továbbra is tematikus elrendezésben követik egymást az egyes fejezetek. Az egyes területek ismeretanyaga jelen van más témakörökben is, folyamatosan gazdagítva a szakmai eszköztárat. A szöveggel megfogalmazott hétköznapi és matematikai problémák megoldása tervek, vázlatok alapján, általánosabb eljárási módokat, gyakran algoritmusokat alkalmazva történik.

Az ismeretek bővülésével lehetővé válik a más tantárgyakhoz való kapcsolódás, a kitekintés lehetősége, a témák rendszerezése, több területen való megjelenése. A nevelési-oktatási szakasz során egyre komplexebbé válik a szemléletmód.

A szemléltetést, a megértést, az órai vagy házi feladatok megoldását és a gondolatmenet bemutatását a tanulók által használható digitális eszközök, szoftverek és online felületek is támogatják.

7. évfolyam

Tizenhárom éves kortól a tanulók egyre inkább gondolkoznak általánosító elképzelésekben, elvont konstrukciókban. Elméleteket gyártanak, összefüggéseket keresnek, próbálják értelmezni a világot. Az iskolai tanítás csak akkor lehet eredményes, ha alkalmazkodik ezekhez a változásokhoz, illetve igyekszik azokat felhasználva fejleszteni a tanulókat. A matematika kiválóan alkalmas arra, hogy a rendszerező képességet és hajlamot fejlessze. Előtérbe kerül a matematikai szövegek pontos értelmezése és alkotása. Arra kell törekedni, hogy a tanulók problémamegoldásaik részeként többféle forrásból legyenek képesek ismereteket szerezni. Ebben a korban a tanításban már meg kell jelennie az elvonatkoztatás és az absztrakciós készség felhasználásának, fejlesztésének.

Egyre inkább megjelenik a konkrét számok betűkkel való helyettesítése, a tapasztalatok általános megfogalmazása. Algebrai kifejezéseket használunk, egyenleteket oldunk meg többféle módszer alkalmazásával. A változó mennyiségek közötti kapcsolatok vizsgálata és ábrázolása a függvényfogalom kialakításához vezet. Az összefüggések felfedezése mellett megjelenik a bizonyítási igény. A mindennapi élet és a matematika (korosztálynak megfelelő) állításainak igaz vagy hamis voltát el kell tudni dönteni. A feladatok megoldása során fokozatosan kialakul a szükséges és elégséges adatok, illetve feltételek felismerésének képessége. A tanítás része, hogy a feladatmegoldás előtt mind gyakrabban tervek, vázlatok készüljenek. Esetenként járunk be több utat a megoldás során, és ennek alapján gondoljuk végig, hogy létezik-e legjobb út, vagy ennek eldöntése csak bizonyos szempontok rögzítése esetén lehetséges. Egyes feladatok esetén szükséges általánosabb eljárási módokat, algoritmusokat keresni. Kis abszolút értékű egész és tört számok esetében számolunk fejben is. A zsebszámológép használata akkor jelenjen meg, amikor a tanulók már jól számolnak fejben és írásban.

A geometriai transzformációk megismerését a természetben, építészetben található szimmetria felfedeztetésével, a szerzett tapasztalatok rendszerezésével segítjük. A geometriai testek vizsgálatával, rendszerezésével, a felszín és térfogat meghatározásával fejlesztjük a gyermekek térszemléletét. Változatos módszerekkel oldunk meg kombinatorikai feladatokat. Statisztikai adatokat vizsgálunk, egyszerű valószínűségi kísérleteket végzünk. Az esetek szisztematikus összeszámolása tervszerűsége nevelés, egyben erősíti a rendszerező képességet. Figyelhetünk a célszerű stratégia kiválasztására.

A matematika egyes területei más-más módon adnak lehetőséget ebben az életkorban az egyes kompetenciák fejlesztésére. A különböző matematikatanítási módszerek minden tananyagrészen segíthetik a megfelelő önismeret, a helyes énkép kialakítását. A tananyaghoz kapcsolódó matematikatörténeti érdekességek hozzásegítenek az egyetemes kultúra, a magyar tudománytörténet megismeréséhez. A gyakorlati élethez kapcsolódó szöveges feladatok segítik a gazdasági nevelést, a környezettudatos életvitelt, az egészséges életmód kialakítását. A definíciók megtanulása fejleszti a memóriát, a szaknyelv precíz használatára ösztönöz. A geometriai ismeretek elsajátítása közben a tanulók térszemlélete fejlődik, megtanulják az esztétikus, pontos munkavégzést. A halmazszemlélet alakítása és fejlesztése a rendszerező képességet erősíti.

Témakörök

1. Témakör: Halmazok, számhalmazok

óraszám: 3 óra

1.1. Előzetes tudás

Halmaz megadása, részhalmaz, egyesítés, metszet, halmazábra. Számhalmazok

1.2. Tanulási eredmények

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- elemeket halmazba rendez több szempont alapján;
- részhalmazokat konkrét esetekben felismer és ábrázol;
- számokat, számhalmazokat, halmazműveleti eredményeket számegyenesen ábrázol;
- véges halmaz kiegészítő halmazát (komplementerét), véges halmazok közös részét (metszetét), egyesítését (unióját) képezi és ábrázolja konkrét esetekben;
- ismeri a racionális számokat, tud példát végtelen nem szakaszos tizedes törtre.

1.3. Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Halmazokba rendezés több szempont szerint
- Halmazábra készítése
- Számok, számhalmazok, halmazműveleti eredmények szemléltetése számegyenesen
- Részhalmazok felismerése és ábrázolása konkrét esetekben
- Véges halmaz kiegészítő halmazának (komplementerének), véges halmazok metszetének és uniójának megállapítása ábrázolás segítségével konkrét esetekben
- Természetes számok, egész számok, racionális számok halmazának ismerete, halmazábrájuk elkészítése
- Véges és végtelen szakaszos tizedes törtek ismerete
- Példa végtelen nem szakaszos tizedes törtre

Fogalmak

kiegészítő halmaz (komplementer), metszet, unió, természetes szám, egész szám, racionális szám; véges, végtelen szakaszos és végtelen nem szakaszos tizedes tört

1.4. Javasolt tevékenységek

- Konkrét elemek válogatása több adott tulajdonság szerint
- Egy konkrét válogatás szempontjainak felfedeztetése
- A legalább egy tulajdonsággal rendelkező elemek felsorolása
- Logikai szita megtagasztalása, például 5 piros meg 4 kör összesen 7 elem a logikai készletből

- Csoportmunkában különböző közönséges törték átírása úgy, hogy minden lehetséges tizedes tört típus alakja előforduljon; a tapasztalatok megbeszélése, irányított összegzése. Játék makaó-jellegű kártyajátékkal: törték különböző alakjainak keresése

2. Témakör: Matematikai logika, kombinatorika, gráfok

óraszám: 3 óra

2.1. Előzetes tudás

Logikai állítások: igaz, hamis. Néhány elem sorba rendezése, kiválasztása.

2.2. Tanulási eredmények

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- igaz és hamis állításokat fogalmaz meg;
- tanult minták alapján néhány lépésből álló bizonyítási gondolatsort megért és önállóan összeállít;
- a logikus érvelésben a matematikai szaknyelvet következetesen alkalmazza társai meggyőzésére;
- összeszámlálási feladatok megoldása során alkalmazza az összes eset áttekintéséhez szükséges módszereket.

2.3. Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Igaz és hamis állítások felismerése, önálló megfogalmazása
- A matematikai logika egyszerű, a korosztály számára érthető szakkifejezéseinek ismerete és használata
- Egyszerű stratégiai és logikai játékok
- Konkrét helyzethez kötött sorba rendezési problémák megoldása
- Konkrét helyzethez kötött kiválasztási problémák megoldása a sorrend figyelembevételével és anélkül
- Az összes eset összeszámlálása során rendszerezési sémák használata: táblázat, ágrajz, szisztematikus felsorolás

Fogalmak

„minden”, „van olyan”

2.4. Javasolt tevékenységek

- „Bírósági tárgyalás” játék
- „Einstein-fejtörő” típusú játék
- „Rontó” játék
- NIM játék; táblás játékok
- Az osztályteremben néhány tanuló feltételekkel vagy anélkül való elhelyezkedési lehetőségeinek lejátszása, összeszámlálása kör mentén, fal mellett

- Golyók sorba rendezése (lehetnek köztük egyformák is)
- Ábrák színezése, színezési lehetőségek összeszámlálása
- Fagylalt vásárlása kehelybe vagy tölcsérbe
- Számkártyás feladatok megoldása

3. Témakör: Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök

óraszám: 26 óra

3.1. Előzetes tudás

Számhalmazok: természetes, egész, racionális – négy alpművelet elvégzése ezeken a halmazokon. Számegyenes használata. Műveleti tulajdonságok, zárójelek használata. Osztó, többszörös felismerése, meghatározása. Oszthatósági szabályok.

3.2. Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló:

- Elmélyítse a számfogalommal, számelmélettel kapcsolatos tudását.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- elmélyíti ismereteit a számok különféle alakjaival végzett műveletek körében;
- műveletsorok esetében alkalmazza a tanult szabályokat;
- ismeri a prímszám és az összetett szám fogalmakat; el tudja készíteni összetett számok prímtényezősz felbontását 1000-es számkörben;
- meghatározza természetes számok legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét;
- pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványát kiszámolja.

3.3. Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Vizsgálja a számok különféle alakjait, műveletek végez ezekkel
- A műveletvégzés sorrendjét alkalmazza műveletsoroknál, különféle alakban adott számok esetén is
- Prímszámok, összetett számok kiválasztása a természetes számok közül
- Összetett számok prímtényezősz felbontásának ismerete és alkalmazása 1000-es számkörben
- Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása és alkalmazása
- Pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványának alkalmazása: prímtényezősz felbontás felírása hatványokkal, mértékegységek átváltása, számrendszerek helyi értékeinek felírása

Fogalmak

prímszám, összetett szám, prímtényezősz felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös, hatvány, hatványalap, hatványkitevő, hatványérték, négyzetszám, normálalak

3.4. Javasolt tevékenységek

- Eratoszthenészi szita alkalmazása prímek keresésére
- Prímtényező felbontás kirakása színes rudakkal
- Prímtényező felbontás algoritmusának megmutatása
- „Bumm” játék a közös többszörösök felismerésére
- Legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös meghatározása prímtényezővel
- Legnagyobb közös osztó alkalmazása törtek egyszerűsítésére
- Legkisebb közös többszörös alkalmazása közös nevező meghatározására
- Négyzet kirakása kisebb egybevágó négyzetekkel

4. Témakör: Arányosság, százalékszámítás

óraszám: 16 óra

4.1. Előzetes tudás

Egyszerű grafikonok értelmezése, egyszerű kapcsolatok ábrázolása derékszögű koordináta-rendszerben. Egyenesen arányos mennyiségek.

4.2. Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló:

- ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén;
- felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;
- felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri a százalék fogalmát, százalékszámítási feladatokat megold;
- idő, tömeg, hosszúság, terület, térfogat és űrtartalom mértékegységeket átvált helyi értékes gondolkodás alapján, gyakorlati célszerűség szerint.

4.3. Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Egyenes és fordított arányosság felismerése és alkalmazása konkrét helyzetekben
- Egyenes arányosság grafikonjának megrajzolása
- Valóságos helyzetekhez kötődő százalékszámítás
- Terület, térfogat, űrtartalom szabványmértékegységeinek ismerete és átváltása

Fogalmak

egyesen arányosság, fordított arányosság, százalék, terület, térfogat, űrtartalom szabványmértékegységei

4.4. Javasolt tevékenységek

- Egyenesen arányos mennyiségpárok keresése például vásárlás, parkettázás, mérés, egyenletes mozgás (megtett út – sebesség, megtett út – menetidő) esetén

- A fordított arányosság megtapasztalása torta, csokoládé egyenlő részekre osztásával
- Azonos területű, különböző téglalapok oldalhosszainak megfigyelése, összehasonlítása
- Százalékszámításhoz, arányossághoz kapcsolódó példák gyűjtése reklámújságokból, banki ajánlatokból, más tantárgyak tankönyvi témáiból; a hozott példák, problémák feldolgozása és bemutatása csoportmunkában; a tapasztalatok irányított összegzése
- Terület, térfogat, űrtartalom mérése különböző alkalmi, objektív és szabványmértékegységekkel. Annak megtapasztalása, hogy adott mennyiséget különböző egységekkel mérve a kisebb egységből több, a nagyobb egységből kevesebb szükséges
- A mérőszám változásának megfigyelése a mértékegység átváltása után
- Térfogat és űrtartalom mértékegységei közötti kapcsolat megmutatása, például 1 dm élű üreges kocka feltöltése 1 liter folyadékkal

5. Témakör: Szöveges feladatok előkészítése

óraszám: 18 óra

5.1. Előzetes tudás

Jelek, szimbólumok és betűk használata a beszédben és a matematikai szövegekben található összefüggések leírására

5.2. Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló:

- Az egyszerűbb egyenleteket és egyenlőtlenségeket a mérlegelv alkalmazásával megoldja, az ellenőrzést elvégzi.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- egyszerű betűs kifejezésekkel összeadást, kivonást végez, és helyettesítési értéket számol;
- egyszerűbb egyismeretlenes elsőfokú egyenletet és egyenlőtlenséget lebontogatással és mérlegelvével megold.

5.3. Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Hétköznapi problémák matematikai tartalmának formalizálása; betűk használata az ismeretlen mennyiségek jelölésére
- Egyszerű betűs kifejezések összeadása, kivonása
- Helyettesítési érték számolása
- Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet megoldása lebontogatással és mérlegelvével
- Egyismeretlenes elsőfokú egyenlőtlenség megoldása lebontogatás és mérlegelv alkalmazásával, az igazsághalmaz számegyenesen való ábrázolása

Fogalmak

változó, együttható, helyettesítési érték, egytagú kifejezés, kéttagú kifejezés, egynemű kifejezés; egyenlet, lebontogatás, mérlegelv, összevonás

5.4. Javasolt tevékenységek

- Adott problémához megfelelő, betűt tartalmazó műveletsor megalkotása
- Adott, ismeretlent tartalmazó műveletsorhoz szöveges feladat írása
- „Dominó”, „triminó” játékkal az eredeti kifejezés és az átalakított kifejezés párba állítása
- „Gondoltam egy számot” játék: a tanár néhány műveletből álló műveletsorral számoltatja a gyerekeket az általuk gondolt számmal. A tanulók megmondják a kapott végeredményt, és a tanár „kitalálja” a gondolt számot. A tanár többféle algoritmus után felajánlja a szerepcserét. A fejben alkalmazott lebontogatósi stratégia felfedése és formális leírása
- Mérlegelv bevezetése kétkarú mérleg alkalmazásával

6. Témakör: Szöveges feladatok

óraszám: 8 óra

6.1. Előzetes tudás

Szöveges feladatok megoldásának menete

6.2. Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló:

- Egyszerű szöveges feladatokhoz megfelelő modelleket készít.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- matematikából és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;
- gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségeknél becslést végez.

6.3. Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Különféle hétköznapi témájú szövegekhez megfelelő modell készítése (például szakaszos ábrázolás, visszafelé gondolkodás, táblázat, szabadkézi vázlatrajz, betűs kifejezések felírása)
- Matematikából és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása következtetéssel vagy egyenlettel
- Ellenőrzés a szövegbe való visszahelyettesítéssel
- Gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségek becslése

Fogalmak

adatok, ellenőrzés

6.4. Javasolt tevékenységek

- A költségvetés tervezése: háztartási napló, pénzügyi tervezés, egyensúly, többlet, hiány

7. Témakör: A függvények

óraszám: 10 óra

7.1. Előzetes tudás

Egyszerű sorozatok folytatása adott szabály szerint. Egyszerű grafikonok értelmezése, egyszerű kapcsolatok ábrázolása derékszögű koordináta-rendszerben. Egyenesen arányos mennyiségek.

7.2. Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló:

- felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;
- felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- konkrét halmazok elemei között megfeleltetést hoz létre;
- értéktáblázatok adatait grafikusán ábrázolja;
- egyszerű grafikonokat jellemez.

7.3. Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Konkrét megfeleltetések legalább egy lehetséges szabályának megadása
- Konkrét halmazok elemei között megfeleltetés létrehozása
- Értéktáblázatok adatainak grafikus ábrázolása
- Az egyenes és a fordított arányosság felismerése konkrét helyzetekben
- Egyenes arányosság grafikonjának felismerése és megalkotása

Fogalmak

megfeleltetés; egyenes és fordított arányosság; grafikon

7.4. Javasolt tevékenységek

- A tanár által adott megfeleltetés szabályának felismerése
- Páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a társsal
- A megfeleltetések szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése
- Az egyenes és fordított arányosság, mint speciális megfeleltetés bemutatása, az összetartozó értékpárok grafikus ábrázolása
- Különböző grafikonok közül az egyenes és a fordított arányosság grafikonjának kiválasztása

8. Témakör: Síkbeli alakzatok

óraszám: 20 óra

8.1. Előzetes tudás

A háromszög belső és külső szögeinek összege. Háromszög-egyenlőtlenség. Sokszögek, csúcs, oldal, átlók, belső és külső szögek fogalmának ismerete.

8.2. Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló:

- Felismeri és megfogalmazza a kör és a sokszögek tulajdonságait, jellemzőit;
- Számítási feladatokban felhasználja a tanult tulajdonságokat;
- Kerület- és területszámításokat végez a tanult képletek alkalmazásával.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri a négyszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma;
- ismeri a speciális négyszögeket: trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet;
- ismeri a speciális négyszögek legfontosabb tulajdonságait, ezek alapján elkészíti a halmazábrájukat;
- a háromszögek és a speciális négyszögek tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában;
- meghatározza háromszögek és speciális négyszögek kerületét, területét;
- ismeri a kör részeit; különbséget tesz egyenes, félegyenes és szakasz között.

8.3. Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Háromszögek külső szögeinek összege
- Négyszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma
- A speciális négyszögek (trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet) felismerése és legfontosabb tulajdonságaik megállapítása ábra alapján; alkalmazásuk; halmazábra
- Háromszögek, speciális négyszögek kerületének, területének kiszámítása ábra alapján átdarabolással és tanult összefüggéssel; alkalmazások
- Körrel kapcsolatos fogalmak ismerete

Fogalmak

négyszög, konvex, konkáv, átló, trapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, húrtrapéz, körvonal, körlap, középpont, sugár, húr, átmérő, szelő, érintő, körcikk

8.4. Javasolt tevékenységek

- Párhuzamos szélű papírcsíkból négyszögek nyírása; a keletkező négyszögek csoportosítása; annak megfigyelése, hogy hogyan kell nyírni, hogy téglalapot kapjunk; téglalaphból négyzet nyírása, négyzetből téglalap nyírása

- Papír négyszögek hajtogatásával, síktükör alkalmazásával szimmetriatulajdonságok megfigyelése; tulajdonságok gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak bemutatása; a tapasztalatok irányított összegzése, halmazábra készítése
- Négyszögeket tartalmazó készletekből adott szempontoknak megfelelő elemek válogatása
- „Rontó” játék speciális négyszögekkel
- Papírból készült háromszögek, speciális négyszögek átdarabolásának megmutatása
- Gyakorlati számolási feladatok megoldása, például papírsárkány készítéséhez szükséges papír területének becslése, számolása
- „Körjáték”: jelzésre labda gurítása húr mentén, átmérő mentén, sugár mentén

9. Témakör: Transzformációk, szerkesztések

óraszám: 16 óra

9.1. Előzetes tudás

Tengelyes tükrözés. tengelyesen szimmetrikus alakzatok, háromszögek, négyszögek, szabályos sokszögek, kör. Szimmetrikus ábrák rajzolása, szerkesztése, szimmetrikus alakzatok építése.

9.2. Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló:

- megszerkeszti alakzatok középpontos tükrképét;
- geometriai ismereteinek felhasználásával pontosan szerkeszt több adott feltételnek megfelelő ábrát;
- felismeri a középpontosan szimmetrikus alakzatokat;
- ismer és használ dinamikus geometriai szoftvereket, tisztában van alkalmazási lehetőségeikkel.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- tapasztalatot szerez a síkbeli mozgásokról gyakorlati helyzetekben;
- felismeri a síkban az egybevágó alakzatokat;
- a szerkesztéshez tervet, előzetes ábrát készít;
- ismeri az alapszerkesztéseket.

9.3. Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Középpontos tükrözés ismerete és alkalmazása
- Középpontosan szimmetrikus alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben
- Alakzatok középpontos tükrképének megszerkesztése
- Szerkesztéshez terv, előzetes ábra készítése
- Több adott feltételnek megfelelő ábra szerkesztése; diszkusszió

- Dinamikus geometriai szoftver használata

Fogalmak

szimmetria-középpont, középpontos szimmetria,

9.4. Javasolt tevékenységek

- Ábrák másolása másolópapír (például sütőpapír) segítségével; a másolat síkban való pont körüli elfordítása 180° -kal; tulajdonságok megfigyelése
- Osztályterem, iskola, közeli játszótér, park, tó, épület középpontosan szimmetrikus alakzatainak kiválasztása
- Középpontos tükrözésen alapuló szerkesztések elvégzése saját eszközökkel (körző, egyélű vonalzó)
- Szimmetria stratégiával nyerhető játékok, például kerek asztalra poharak elhelyezése

10. Témakör: Térgeometria

óraszám: 10 óra

10.1. Előzetes tudás

Testek építése, szemléltetése, testek felismerése a környezetünkben

10.2. Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló:

- ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- a kocka, a téglatest, a hasáb hálóját elkészíti;
- testeket épít képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján;
- ismeri a kocka, a téglatest, a hasáb következő tulajdonságait: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló; testmagasság;
- egyenes hasáb, téglatest, kocka alakú tárgyak felszínét és térfogatát méréssel megadja, egyenes hasáb felszínét és térfogatát képlet segítségével kiszámolja; a képleteket megalapozó összefüggéseket érti;
- a kocka, a téglatest, a hasáb tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában.

10.3. Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Környezetünk tárgyaiban a hasáb és henger alakú testek felfedezése
- Hasáb tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló
- Testek építése képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján
- Testek hálójának készítése

- Egyenes hasáb alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számolással

Fogalmak

hasáb, henger, alaplap, alapél, oldallap, oldalél, testmagasság

10.4. Javasolt tevékenységek

- Osztályterem, iskola, iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a testek kiválasztása)
- Hasáb és henger alakú modell tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása; a tapasztalatok irányított összegzése
- Egyéni munkában építmények, rajzok, hálók készítése; az alkotások összehasonlítása, megbeszélése, kiállítása az osztályteremben
- Egyenes hasáb alakú dobozok készítéséhez szükséges papír területének becslése, mérése, számolása
- Egyenes hasáb alakú üreges test „feltöltése” egységkockákkal (becslés, mérés, számolás)

11. Témakör: Leíró statisztika

óraszám: 3 óra

11.1. Előzetes tudás

Adatok gyűjtése. Grafikonok elemzése. Átlag

11.2. Tanulási eredmények

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- értelmezi a táblázatok adatait, az adatoknak megfelelő ábrázolási módot kiválasztja, és az ábrát elkészíti;
- adatokat táblázatba rendez, diagramon ábrázol;
- különböző típusú diagramokat megfeleltet egymásnak;
- megadott szempont szerint adatokat gyűjt ki táblázatból, olvas le hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról, majd rendszerezés után következtetéseket fogalmaz meg.

11.3. Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Adathalmazok, egyszerű diagramok, táblázatok adatainak elemzése
- Adatok táblázatba rendezése, ábrázolása diagramon
- Adatok gyűjtése táblázatból, leolvasása hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról megadott szempont szerint
- Adatok rendszerezése, következtetések megfogalmazása

Fogalmak

oszlopdiagram, kördiagram

11.4. Javasolt tevékenységek

- Megadott vagy a tanulók által gyűjtött adatok ábrázolása és elemzése csoportmunkában

12. Témakör: Valószínűség-számítás

óraszám: 3 óra

12.1. Előzetes tudás

Valószínűségi játékok.

12.2. Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló:

- valószínűségi játékokban érti a lehetséges kimeneteleket;
- játékában stratégiát követ.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- valószínűségi játékokat, kísérleteket végez, ennek során az adatokat tervszerűen gyűjti, rendezi és ábrázolja digitálisan is;
- valószínűségi játékokban érti a lehetséges kimeneteleket, játékában stratégiát követ.

12.3. Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Valószínűségi játékok, kísérletek; az adatok tervszerű gyűjtése, rendezése és ábrázolása digitálisan is
- Valószínűségi játékok lehetséges kimeneteleinek ismeretében stratégia követése

Fogalmak

esély, skatulyaelv,

12.4. Javasolt tevékenységek

- Játék dobókockákkal, zsákba helyezett színes golyókkal
- Kocka alakú, számozott lapú doboz egyik lapjára belül nehezéket ragasztunk; dobások eredményének megfigyelésével ki kell találni, melyik lapra ragasztottunk nehezéket
- 21-es és különbözőképpen számozott dobókockákkal, dominókkal

A fejlesztés várt eredményei a 7. évfolyam végén

1. Gondolkodási és megismerési módszerek

- Halmazokkal kapcsolatos alapfogalmak ismerete, halmazok szemléltetése, halmazműveletek ismerete; számhalmazok (természetes, egész, racionális) ismerete
- A nyelv logikai elemeinek tudatos szerepeltetése a feladatok megoldása során
- Egyszerű állítások igazságtartalmának eldöntése, állítások tagadása
- Egyszerű sorbarendezési, leszámlálási feladatok megoldása, a megoldás gondolatmenetének elmondása, leírása

2. Számelmélet és algebra

- Az egész számok és a racionális számok fogalmának ismerete, alpműveletek helyes sorrendű elvégzése
- Műveletek pozitív egész kitevőjű és 0 kitevőjű hatványokkal, a felismerések használata feladatmegoldásban
- Az egyenes és fordított arányosság felismerése és alkalmazása matematikai és hétköznapi feladatokban. A mindennapjainkhoz kapcsolódó százalékszámítási feladatok megoldása
- Az oszthatósággal kapcsolatos definíciók ismerete, egyszerű oszthatósági problémák vizsgálata
- Algebrai egész kifejezések összevonása
- Elsőfokú egyismeretlenes egyenletek, egyenlőtlenségek megoldási módszereinek használata. Szöveges feladatok értelmezése, összefüggések lefordítása a matematika nyelvére

3. Geometria

- Háromszögek szögei és oldalai közötti összefüggések ismerete és alkalmazása
- Négyszögek belső és külső szögeire vonatkozó összefüggések ismerete
- Háromszög-szerkesztések lépéseinek leírása, a szerkesztések elvégzése
- Egybevágósági transzformáció: középpontos tükrözés
- A négyszögek több szempont szerinti összehasonlítása, csoportosítása, tulajdonságainak ismerete; speciális négyszögek nevezetes vonalainak ismerete.
- Kerület, terület, felszín és térfogat szemléletes fogalmának kialakulása, meghatározása méréssel, számolással; Mértékegységek ismerete, átváltása
- Háromszög és négyszög alapú egyenes hasábok, valamint a forgáshenger felismerése, jellemzése, felszínének és térfogatának számítása. Mértékegységek ismerete, átváltása

4. Függvények, sorozatok

- A függvény megadása, a szereplő halmazok ismerete
- A lineáris függvény felismerése
- Egylépéses függvénytranszformációk végrehajtása: tükrözés az x tengelyre.
- Sorozatok folytatása adott szabály szerint. Sorozatok néhány jellemzőjének vizsgálata
- A számtani sorozat felismerése

5. Statisztika, valószínűség

- Adathalmaz rendezése megadott szempontok szerint
- Táblázat olvasása és készítése; egyszerű diagramok olvasása és készítése
- Adathalmaz átlagának meghatározása
- A véletlen jelenségek tudatos megfigyelése

8. évfolyam

Ebben az életkorban a tanulók leginkább általánosító elképzelésekben, elvont konstrukciókban gondolkoznak. Elméleteket gyártanak, összefüggéseket keresnek, próbálják értelmezni a világot. A matematika kiválóan alkalmas arra, hogy a rendszerező képességet és hajlamot fejlessze. Hangsúlyozottan előtérbe kerül a szakszókincsre épülő matematikai szövegek értelmezése és alkotása. Egyre erőteljesebben jelenik meg az elvonatkoztatás és az absztrakciós készség felhasználása, fejlesztése.

A hétköznapi életből vett problémákat lefordítjuk az algebra nyelvére. A szöveges feladatokhoz egyenletet írunk fel, az egyenletek megoldásában rutint szereznek. A változó mennyiségek közötti kapcsolatok megfigyelése lineáris és nemlineáris függvények vizsgálatát is jelenti. Komoly hangsúlyt kell helyeznünk arra, hogy a megsejtett összefüggések bizonyításának igénye kialakuljon. A definíciókat és a tételeket mindinkább meg kell tudni különböztetni, azokat helyesen kimondani, problémamegoldásban mind többször alkalmazni. A mindennapi élet és a matematika állításainak igaz vagy hamis voltát el kell tudni dönteni. A feladatok megoldása előtt tervek, vázlatok készülnek, majd ezek közül kell kiválasztani a legcélszerűbbet. Esetenként vizsgálunk meg több megközelítést is. A feladatmegoldások során lehetőséget kell teremteni arra, hogy az eredeti terveket a tapasztalatoknak megfelelően módosítani lehessen. Egyes feladatok esetén szükséges általánosabb eljárási módokat, algoritmusokat keresni.

A geometriai transzformációk rendszerezéséhez a tanulók számára elérhető tapasztalatokat biztosítunk. A geometriai szerkesztések megértését számítógépes szoftver használatával tehetjük érdekesebbé, érthetőbbé. A testek vizsgálatával, rendszerezésével, felszínének és térfogatának meghatározásával is fejlesztjük a térszemléletet. Változatos módszerekkel oldunk meg kombinatorikai feladatokat. Az esetek szisztematikus összeszámolása tervszerűségre nevelés, egyben erősíti a rendszerező képességet. Figyelhetünk a célszerű stratégia kiválasztására. A sejtések, hibák megbeszélése az érvelés kultúráját alakítja. Statisztikai adatokat elemzünk, diagramokat készítünk, a tanulóktól önálló projektmunka bemutatását várjuk el.

A matematika egyes területei más-más módon adnak lehetőséget ebben az életkorban az egyes kompetenciák fejlesztésére. A különböző matematikatanítási módszerek minden tananyagrészen segíthetik a megfelelő önismeret, a helyes énkép kialakítását. A tananyaghoz kapcsolódó matematikatörténeti érdekességek hozzásegítenek az egyetemes kultúra, a magyar tudománytörténet megismeréséhez. A gyakorlati élethez kapcsolódó szöveges feladatok segítik a gazdasági nevelést, a környezettudatos életvitelt, az egészséges életmód kialakítását. A definíciók

megtanulása fejleszti a memóriát, a szaknyelv precíz használatára ösztönöz. A geometriai ismeretek elsajátítása közben a tanulók térszemlélete fejlődik, megtanulják az esztétikus, pontos munkavégzést. A halmazszemlélet alakítása és fejlesztése a rendszerező képességet erősíti.

Az érdeklődés specializálódása természetes dolog. Akinél ez a reál tantárgyak felé fordul, ott igényes feladatanyaggal, kiegészítő ismeretekkel kell elérni, hogy az ilyen irányú továbbtanuláshoz szükséges alapok kialakuljanak, az érdeklődés fennmaradjon. Akinél a matematika, illetve a reál tantárgyak iránti érdeklődés csökken, ott egyrészt sok érdeklődést felkeltő elemmel – matematikatörténeti vonatkozásokkal, játékokkal, érdekes feladatokkal – lehet ezt az érdeklődést visszaszerezni, másrészt célszerű sok olyan feladatot beiktatni, amelyek jól mutatják, hogy az életben sokszor előnybe kerülhetnek, jobb döntést hozhatnak azok, akik jól tudják a matematikát. A matematika tanulás-tanítás célja ezen az osztályfokon a sikeres felvételi vizsgára, eredményes továbbtanulásra való felkészítés is.

Témakörök

1. Témakör: Halmazok, számhalmazok

óraszám: 3 óra

1.1. Előzetes tudás

Halmazokkal kapcsolatos alapfogalmak ismerete, halmazok szemléltetése, halmazműveletek ismerete; számhalmazok (természetes, egész, racionális) ismerete.

1.2. Tanulási eredmények

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- elemeket halmazba rendez több szempont alapján;
- részhalmazokat konkrét esetekben felismer és ábrázol;
- számokat, számhalmazokat, halmazműveleti eredményeket számegyenesen ábrázol;
- véges halmaz kiegészítő halmazát (komplementerét), véges halmazok közös részét (metszetét), egyesítését (unióját) képezi és ábrázolja konkrét esetekben;
- ismeri a racionális számokat, tud példát végtelen nem szakaszos tizedes törtre.

1.3. Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Halmazokba rendezés több szempont szerint
- Halmazábra készítése
- Számok, számhalmazok, halmazműveleti eredmények szemléltetése számegyenesen
- Részhalmazok felismerése és ábrázolása konkrét esetekben

- Véges halmaz kiegészítő halmazának (komplementerének), véges halmazok metszetének és uniójának megállapítása ábrázolás segítségével konkrét esetekben
- Természetes számok, egész számok, racionális számok halmazának ismerete, halmazábrájuk elkészítése
- Véges és végtelen szakaszos tizedes törtek ismerete
- Példa végtelen nem szakaszos tizedes törtre

Fogalmak

kiegészítő halmaz (komplementer), metszet, unió, természetes szám, egész szám, racionális szám; véges, végtelen szakaszos és végtelen nem szakaszos tizedes tört

1.4. Javasolt tevékenységek

- Konkrét elemek válogatása több adott tulajdonság szerint
- Egy konkrét válogatás szempontjainak felfedeztetése
- Konkrét halmaz elemeiből 1, 2, ... elemű részhalmazok képzése
Legfeljebb 4 elemű halmaz esetén az összes részhalmaz előállítása
Példák és ellenpéldák mutatása részhalmazra, például $A = \{\text{paralelogrammák}\}$ halmaz részhalmaza $B = \{\text{rombuszok}\}$, nem részhalmaza $C = \{\text{deltoidok}\}$
- Konkrét elemek szétválogatása adott tulajdonság és a tagadása szerint, például az osztály tanulói közül az iskolától legfeljebb 1 km-re élők és a távolabb lakók. Konkrét elemek két-három tulajdonság szerinti válogatása során a mindegyik tulajdonsággal rendelkező elemek, a pontosan egy tulajdonsággal, a pontosan két tulajdonsággal és az egyetlen tulajdonsággal sem rendelkező elemek elhelyezése a halmazábrán
- A legalább egy tulajdonsággal rendelkező elemek felsorolása
- Logikai szita megtagasztalása, például 5 piros meg 4 kör összesen 7 elem a logikai készletből
- Csoportmunkában különböző közönséges törtek átírása úgy, hogy minden lehetséges tizedes tört típus alakja előforduljon; a tapasztalatok megbeszélése, irányított összegzése. Játék makaó-jellegű kártyajátékkal: törtek különböző alakjainak keresése

2. Témakör: Matematikai logika, kombinatorika, gráfok

óraszám: 5 óra

2.1. Előzetes tudás

A nyelv logikai elemeinek tudatos szerepeltetése a feladatok megoldása során. Egyszerű állítások igazságtartalmának eldöntése, állítások tagadása. Egyszerű sorbarendezési, feladatok megoldása, a megoldás gondolatmenetének leírása.

2.2. Tanulási eredmények

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- igaz és hamis állításokat fogalmaz meg;
- tanult minták alapján néhány lépésből álló bizonyítási gondolatsort megért és önállóan összeállít;
- a logikus érvelésben a matematikai szaknyelvet következetesen alkalmazza társai meggyőzésére;
- összeszámlálási feladatok megoldása során alkalmazza az összes eset áttekintéséhez szükséges módszereket;
- konkrét szituációkat szemléltet gráfok segítségével.

2.3. Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Igaz és hamis állítások felismerése, önálló megfogalmazása
- A matematikai logika egyszerű, a korosztály számára érthető szakkifejezéseinek ismerete és használata
- Egyszerű stratégiai és logikai játékok
- Konkrét helyzethez kötött sorba rendezési problémák megoldása kör mentén is
- Konkrét helyzethez kötött kiválasztási problémák megoldása a sorrend figyelembevételével és anélkül
- Az összes eset összeszámlálása során rendszerezési sémák használata: táblázat, ágrajz, szisztematikus felsorolás
- Gráfok alkalmazása konkrét szituációk szemléltetésére

Fogalmak

„minden”, „van olyan”, gráf, gráf csúcsa, gráf éle

2.4. Javasolt tevékenységek

- Az osztályteremben néhány tanuló feltételekkel vagy anélkül való elhelyezkedési lehetőségeinek lejátszása, összeszámlálása kör mentén, fal mellett
- Golyók sorba rendezése (lehetnek köztük egyformák is)
- Ábrák színezése, színezési lehetőségek összeszámlálása
- Lehetséges útvonalak összeszámlálása
- Számkártyás feladatok megoldása
- Gráfok alkalmazása kézfogások, köszöntések, körmérkőzések (visszavágóval vagy anélkül), családfák, ismeretségek szemléltetésére, különböző feltételek szerinti esetszétválasztás áttekintésére
- Logikai készlet épülésének szemléltetése gráffal

3. Témakör: Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök

óraszám: 18 óra

3.1. Előzetes tudás

Az egész számok és a racionális számok fogalmának ismerete, alpműveletek helyes sorrendű elvégzése. Műveletek pozitív egész kitevőjű és 0 kitevőjű hatványokkal, a felismerések használata feladatmegoldásban

3.2. Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a Pitagorasz-tételt és alkalmazza számítási feladatokban.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- elmélyíti ismereteit a számok különféle alakjaival végzett műveletek körében, a műveletsorok esetében alkalmazza a tanult szabályokat;
- pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványát kiszámolja;
- négyzetszámok négyzetgyökét meghatározza.

3.3. Fejlesztési feladatok és ismeretek

- A műveletvégzés sorrendjét alkalmazza műveletsoroknál, különféle alakban adott számok esetén is
- Pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványának alkalmazása: prímtényező felbontás felírása hatványokkal, mértékegységek átváltása, számrendszerek helyi értékeinek felírása
- Négyzetszámok négyzetgyökének kiszámolása
- Számok négyzete táblázat alkalmazása, a számológép használata

Fogalmak

hatvány, hatványalap, hatványkitevő, hatványérték, négyzetszám, négyzetszámok négyzetgyöke, bizonyítás

3.4. Javasolt tevékenységek

- Négyzet kirakása kisebb egybevágó négyzetekkel
- Négyzet területéből a négyzet oldalának meghatározása, ha a terület mérőszáma négyzetszám
- Pitagorasz-tétel szemléletes bizonyítása

4. Témakör: Arányosság, százalékszámítás

óraszám: 12 óra

4.1. Előzetes tudás

A lineáris függvény ábrázolása, alaptulajdonságainak ismerete, grafikonról való leolvasása. A fordított arányosság grafikonjának felismerése

4.2. Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat összetettebb számítási feladatok esetén;
- felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;
- felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri a százalék fogalmát, gazdasági, pénzügyi és mindennapi életéhez kötődő százalékszámítási feladatokat megold;
- idő, tömeg, hosszúság, terület, térfogat és űrtartalom mértékegységeket átvált helyi értékes gondolkodás alapján, gyakorlati célszerűség szerint.

4.3. Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Egyenes és fordított arányosság felismerése és alkalmazása konkrét helyzetekben
- Egyenes arányosság grafikonjának megrajzolása
- Valóságos helyzetekhez kötődő százalékszámítás: áremelés, leárazás, egyszerű kamat, keverési feladatok megoldása, levegő összetétele, páratartalom
- Banki ajánlatok (ügyműveletek, számlavezetési, megbízási és tranzakciós díjak) összehasonlításával kapcsolatos feladatok megoldása
- Megtakarítási és hitelfelvételi lehetőségekkel kapcsolatos egyszerű feladatok megoldása
- A fordított arányosság és a mérés kapcsolatának felismerése
- Terület, térfogat, űrtartalom szabványmértékegységeinek ismerete és átváltása

Fogalmak

egyeses és fordított arányosság, százalék, terület, térfogat, űrtartalom szabványmértékegységei

4.4. Javasolt tevékenységek

- Százalékszámításhoz, arányossághoz kapcsolódó példák gyűjtése reklámújságokból, banki ajánlatokból, más tantárgyak tankönyvi témáiból; a hozott példák, problémák feldolgozása és bemutatása csoportmunkában; a tapasztalatok irányított összegzése
- Projektmunka, például összejövétel, jótekonysági süteményvásár, osztálykirándulás költségvetésének tervezése
- Terület, térfogat, űrtartalom mérése különböző alkalmi, objektív és szabványmértékegységekkel. Annak megtapasztalása, hogy adott mennyiséget különböző egységekkel mérve a kisebb egységből több, a nagyobb egységből kevesebb szükséges
- A mérőszám változásának megfigyelése a mértékegység átváltása után
- Térfogat és űrtartalom mértékegységei közötti kapcsolat megmutatása, például 1 dm élű üreges kocka feltöltése 1 liter folyadékkal

5. Témakör: Szöveges feladatok előkészítése

óraszám: 16 óra

5.1. Előzetes tudás

Egyszerűbb egyismeretlenes egyenlet és egyenlőtlenség megoldása

5.2. Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít;
- biztosan alkalmazza a mérlegelvet, kialakul az önellenőrzés igénye.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- egyszerű betűs kifejezésekkel összeadást, kivonást végez, és helyettesítési értéket számol;
- egy- vagy kéttagú betűs kifejezést számmal szoroz, két tagból közös számtényezőt kiemel;
- egyismeretlenes elsőfokú egyenletet és egyenlőtlenséget lebontogatással és mérlegelvével megold.

5.3. Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Hétköznapi problémák matematikai tartalmának formalizálása; betűk használata az ismeretlen mennyiségek jelölésére
- Egyszerű betűs kifejezések összeadása, kivonása
- Helyettesítési érték számolása
- Egytagú kifejezések számmal való szorzása
- Kéttagú betűs kifejezés számmal való szorzása
- Két tagból közös számtényező kiemelése
- Összetettebb egyismeretlenes elsőfokú egyenlet megoldása lebontogatással és mérlegelvével
- Összetettebb egyismeretlenes elsőfokú egyenlőtlenség megoldása lebontogatás és mérlegelv alkalmazásával, az igazsághalmaz számegyenesen való ábrázolása

Fogalmak

változó, együttható, helyettesítési érték, egytagú kifejezés, kéttagú kifejezés, egynemű kifejezés; kiemelés, beszorzás, egyenlet, lebontogatás, mérlegelv

5.4. Javasolt tevékenységek

- Adott problémához többféle, ismeretlent tartalmazó műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása
- Adott, ismeretlent tartalmazó műveletsorhoz szöveges feladat írása

- „Dominó”, „triminó” játékkal az eredeti kifejezés és az átalakított kifejezés párba állítása
- „Gondoltam egy számot” játék: a tanár néhány műveletből álló műveletsorral számoltatja a gyerekeket az általuk gondolt számmal. A tanulók megmondják a kapott végeredményt, és a tanár „kitalálja” a gondolt számot. A tanár többféle algoritmus után felajánlja a szerepcserét. A fejben alkalmazott lebontotási stratégia felfedése és formális leírása

6. Témakör: Szöveges feladatok

óraszám: 12 óra

6.1. Előzetes tudás

Szöveges feladatok megoldása modellalkotás után

6.2. Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- különféle témájú és nehézségű szövegekhez megfelelő modelleket készít.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- matematikából, más tantárgyakból és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;
- gazdasági, pénzügyi témájú egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;
- gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségeknél becslést végez.

6.3. Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Különböző szövegekhez megfelelő modell készítése (például szakaszos ábrázolás, visszafelé gondolkodás, táblázat, szabadkézi vázlatrajz, betűs kifejezések felírása)
- Matematikából, más tantárgyakból, gazdasági területekről és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása következtetéssel vagy egyenlettel
- Ellenőrzés a szövegbe való visszahelyettesítéssel
- Pénzügyi tudatosság területét érintő feladatok megoldása
- Gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségek becslése

Fogalmak

matematikai, fizikai és kémiai alapfogalmak

6.4. Javasolt tevékenységek

- Szöveges feladatok megoldása csoportmunkában „feladatküldéssel”, „szakértői mozaik” alkalmazásával

- Gyűjtőmunka, csoportmunka, projekt készítése pénzügyi tudatosság területét érintő témák feldolgozására, például a háztartások bevételei és kiadásai: munkabér, bruttó bér, nettó bér, adó, kamat, társadalmi jövedelem (családi pótlék, nyugdíj), ösztöndíj, hitel. A költségvetés tervezése: háztartási napló, pénzügyi tervezés, egyensúly, többlet, hiány
- Egy tizenéves pénztárcája: zsebpénz, diákmunka, alkalmi jövedelmek, kimutatás a pénzmozgásokról, saját pénzügyi célok, tervek; korszerű pénzkezelés: bankszámla, bankkártyaválasztás, megtakarítások

7. Témakör: A függvények

óraszám: 16 óra

7.1. Előzetes tudás

Egyszerű sorozatok folytatása adott szabály szerint. Egyszerű grafikonok értelmezése, egyszerű kapcsolatok ábrázolása derékszögű koordináta-rendszerben. Egyenesen arányos mennyiségek.

7.2. Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;
- felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- konkrét halmazok elemei között megfeleltetést hoz létre;
- értéktáblázatok adatait grafikusán ábrázolja;
- egyszerű grafikonokat jellemez;
- lineáris és nemlineáris függvényt megkülönböztet.

7.3. Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Konkrét megfeleltetések legalább egy lehetséges szabályának megadása
- Egyszerű grafikonok jellemzése: növekedés-csökkenés, szélsőérték, tengelyekkel való metszéspont
- Konkrét halmazok elemei között megfeleltetés létrehozása
- Értéktáblázatok adatainak grafikus ábrázolása
- Az egyenes és a fordított arányosság felismerése konkrét helyzetekben
- Egyenes arányosság grafikonjának felismerése és megalkotása
- Néhány nemlineáris függvény megismerése

Fogalmak

megfeleltetés; egyenes és fordított arányosság; grafikon, lineáris függvény, nemlineáris függvény

7.4. Javasolt tevékenységek

- A tanár által adott megfeleltetés szabályának felismerése
- Páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a társsal
- A megfeleltetések szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése
- Grafikonok gyűjtése reklámújságokból, banki ajánlatokból, más tantárgyak tankönyvi témáiból; a hozott grafikonok jellemzése és bemutatása (plakát készítése) csoportmunkában; a tapasztalatok irányított összegzése
- Az egyenes és fordított arányosság, mint speciális megfeleltetés bemutatása, az összetartozó értékpárok grafikus ábrázolása
- Különböző grafikonok közül az egyenes és a fordított arányosság grafikonjának kiválasztása

8. Témakör: Síkbeli alakzatok

óraszám: 10 óra

8.1. Előzetes tudás

Háromszögek szögei és oldalai közötti összefüggések ismerete és alkalmazása. A sokszögek több szempont szerinti összehasonlítása, csoportosítása

8.2. Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- Pitagorasz-tétel alapján meghatározza a derékszögű háromszög ismeretlen oldalát;
- alkalmazza a Pitagorasz-tételt szöveges feladatokban.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri a négyszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma;
- ismeri a speciális négyszögeket: trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet;
- ismeri a speciális négyszögek legfontosabb tulajdonságait, ezek alapján elkészíti a halmazábrájukat;
- a háromszögek és a speciális négyszögek tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában;
- meghatározza háromszögek és speciális négyszögek kerületét, területét;
- ismeri a Pitagorasz-tételt és alkalmazza számítási feladatokban.

8.3. Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Háromszögek külső szögeinek összege
- Négyszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma

- A speciális négyszögek (trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet) felismerése és legfontosabb tulajdonságaik megállapítása ábra alapján; alkalmazásuk; halmazábra
- Háromszögek, speciális négyszögek kerületének, területének kiszámítása ábra alapján átdarabolással és tanult összefüggéssel; alkalmazások
- Pitagorasz-tétel ismerete és alkalmazása
- Körrel kapcsolatos fogalmak ismerete

Fogalmak

négyszög, konvex, konkáv, átló, trapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, húrtrapéz, körvonal, körlap, középpont, sugár, húr, átmérő, szelő, érintő, körcikk

8.4. Javasolt tevékenységek

- Párhuzamos szélű papírcsíkból négyszögek nyírása; a keletkező négyszögek csoportosítása; annak megfigyelése, hogy hogyan kell nyírni, hogy téglalapot kapjunk; téglalapból négyzet nyírása, négyzetből téglalap nyírása
- Papír négyszögek hajtogatásával, síktükör alkalmazásával szimmetriatulajdonságok megfigyelése; tulajdonságok gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak bemutatása; a tapasztalatok irányított összegzése, halmazábra készítése
- Négyszögeket tartalmazó készletekből adott szempontoknak megfelelő elemek válogatása
- „Rontó” játék speciális négyszögekkel
- Papírból készült háromszögek, speciális négyszögek átdarabolásának megmutatása
- Gyakorlati számolási feladatok megoldása, például papírsárkány készítéséhez szükséges papír területének becslése, számolása
- Matematikatörténeti vonatkozások gyűjtése, tanulói kiselőadás tartása
- Derékszög kijelölése csomós kötéllal
- Pitagorasz-számhármasok keresése
- Háromszögelési probléma megoldása derékszögű háromszöggel az osztályteremben, az iskola épületében és a játszótéren
- „Körjáték”: jelzésre labda gurítása húr mentén, átmérő mentén, sugár mentén

9. Témakör: Transzformációk, szerkesztések

óraszám: 12 óra

9.1. Előzetes tudás

Tengelyes és középpontos tükrözés, szimmetrikus alakzatok. Egybevágósági és hasonlósági transzformációk

9.2. Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- felismeri az egybevágósági és hasonlósági transzformációkat, rendszerezi azokat adott szempontok szerint;
- elvégzi az alakzatok eltolását, megszerkeszti a középpontosan kicsinyített, illetve a középpontosan nagyított képet.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- adott vektorral egyszerű alakzatok eltolását végzi;
- egyszerű alakzatok kicsinyített és nagyított képét megszerkeszti;
- geometriai ismereteinek felhasználásával pontosan szerkeszt több adott feltételnek megfelelő ábrát;
- ismer és használ dinamikus geometriai szoftvereket, tisztában van alkalmazási lehetőségeikkel;
- felismeri a kicsinyítést és a nagyítást hétköznapi helyzetekben.

9.3. Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Több adott feltételnek megfelelő ábra szerkesztése; diszkusszió
- Geometriai transzformációk vizsgálata adott szempontok szerint
- Kicsinyítés és nagyítás felismerése hétköznapi helyzetekben
- Dinamikus geometriai szoftver használata

Fogalmak

kicsinyítés, nagyítás, eltolás, vektor

9.4. Javasolt tevékenységek

- Ábrák másolása másolópapír (például sütőpapír) segítségével
- Eltolt kép megrajzolása
- Kicsinyítés és nagyítás megfigyelése, például háromszögvonalzó külső és belső pereme, makett, modell, tervrajz, fénykép, diavetítés, térkép, mikroszkóp, nagyító
- Szerkesztési feladatok megoldása során dinamikus geometriai szoftver megismerése; az euklideszi szerkesztési lépések követése a szoftverrel

10. Témakör: Térgeometria

óraszám: 12 óra

10.1. Előzetes tudás

Testek építése, szemléltetése, testek felismerése a környezetünkben. A kocka, a téglatest, a hasáb tulajdonságainak ismerete.

10.2. Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén;
- a tanult geometriai testeket felismeri, adott szempontok alapján jellemzi ezeket;
- a hasáb és gúla felszínét és térfogatát meghatározza egyszerűbb esetekben.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- a kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla hálóját elkészíti;
- testeket épít képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján;
- ismeri a kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla következő tulajdonságait: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló;
- egyenes hasáb, téglatest, kocka, gúla alakú tárgyak felszínét és térfogatát méréssel megadja, egyenes hasáb és gúla felszínét és térfogatát egyszerűbb esetekben képlet segítségével kiszámolja; a képleteket megalapozó összefüggéseket érti;
- ismeri a gömb tulajdonságait;
- a kocka, a téglatest, a hasáb, a gúla, a gömb tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában.

10.3. Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Környezetünk tárgyaiban a gúla, a kúp és a gömb alakú testek felfedezése
- Hasáb és gúla tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló
- Testek építése képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján
- Testek hálójának készítése
- A gömb tanult testektől eltérő tulajdonságai
- A gömb, mint a Föld modellje: hosszúsági körök, szélességi körök tulajdonságai, síkmetszetek
- Egyenes hasáb és gúla alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számolással

Fogalmak

hasáb, gúla, henger, kúp, gömb, alaplapp, alapél, oldallapp, oldalél, testmagasság

10.4. Javasolt tevékenységek

- Osztályterem, iskola, iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a testek kiválasztása)
- Hasáb és gúla alakú modell tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása; a tapasztalatok irányított összegzése
- Egyéni munkában építmények, rajzok, hálók készítése; az alkotások összehasonlítása, megbeszélése, kiállítása az osztályteremben
- Zsinóros térgeometriai modellek készítése és használata
- A gömb speciális tulajdonságainak megfigyeléséhez testeket tartalmazó készletből elemek választása megadott szempontok alapján

- Földgömb bemutatása matematikai szempontból. Tapasztalatszerzés a gömbi geometria alapjairól például narancson
- Négyzet vagy téglalap alapú gúlára emlékeztető sátor készítéséhez szükséges anyagmennyiség becslése, mérése, számolása
- Gúla térfogatának meghatározásához a gúla és a megfelelő hasáb feltöltése vízzel

11. Témakör: Leíró statisztika

óraszám: 10 óra

11.1. Előzetes tudás

Adathalmaz rendezése megadott szempontok szerint. Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése. Adathalmaz átlagának meghatározása.

11.2. Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- projekt munkát készít egy választott témában: kérdőív összeállítása, feldolgozása, szemléltetés diagrammal.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- értelmezi a táblázatok adatait, az adatoknak megfelelő ábrázolási módot kiválasztja, és az ábrát elkészíti;
- adatokat táblázatba rendez, diagramon ábrázol hagyományos és digitális eszközökkel is;
- különböző típusú diagramokat megfeleltet egymásnak;
- megadott szempont szerint adatokat gyűjt ki táblázatból, olvas le hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról, majd rendszerezés után következtetéseket fogalmaz meg;
- konkrét adatsor esetén átlagot számol, megállapítja a leggyakoribb adatot (módusz), a középső adatot (medián), és ezeket összehasonlítja.

11.3. Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Adathalmazok, egyszerű diagramok, táblázatok adatainak elemzése
- Adatok táblázatba rendezése, ábrázolása diagramon
- Különböző típusú diagramok megfeleltetése egymásnak
- Adatok gyűjtése táblázatból, leolvasása hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról megadott szempont szerint
- Adatok rendszerezése, következtetések megfogalmazása
- Konkrét adatsor leggyakoribb adatának (módusz) megtalálása, gyakorlati alkalmazása
- Rendezhető adatsor középső adatának (medián) megállapítása, gyakorlati alkalmazása

- Konkrét adatsor esetén átlag, leggyakoribb adat (módusz), középső adat (medián) megfigyelése, összehasonlítása

Fogalmak

oszlopdiagram, kördiagram, vonaldiagram, pontdiagram

11.4. Javasolt tevékenységek

- Megadott vagy a tanulók által gyűjtött adatok ábrázolása és elemzése csoportmunkában
- Projektmunka, például felmérés készítése zenehallgatási szokásokról, IKT-eszközök használatáról, sportolási szokásokról (gyűjtőmunka, a gyűjtött adatok bemutatása, megbeszélése, értelmezése, ábrázolása)
- Konkrét adathalmazok középérték-mutatóinak megállapítása és összehasonlítása csoportmunkában

12. Témakör: Valószínűség-számítás

óraszám: 6 óra

12.1. Előzetes tudás

Valószínűségi játékok. A véletlen jelenségek tudatos megfigyelése, tapasztalatok levonása, ezek alapján a valószínűségi szemlélet fejlődése

12.2. Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló:

- valószínűségi játékokban érti a lehetséges kimeneteleket;
- játékában stratégiát követ;
- gyakoriság, relatív gyakoriság fogalmak kialakulnak a tevékenységek során.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- valószínűségi játékokat, kísérleteket végez, ennek során az adatokat tervszerűen gyűjti, rendezi és ábrázolja digitálisan is;
- valószínűségi játékokban érti a lehetséges kimeneteleket, játékában stratégiát követ;
- ismeri a gyakoriság és a relatív gyakoriság fogalmát. Ismereteit felhasználja a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál.

12.3. Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Valószínűségi játékok, kísérletek; az adatok tervszerű gyűjtése, rendezése és ábrázolása digitálisan is
- Valószínűségi játékok lehetséges kimeneteleinek ismeretében stratégia követése
- Az esély intuitív fogalmának felhasználása a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál

- A gyakoriság és relatív gyakoriság ismerete és alkalmazása a kísérletezés során

Fogalmak

esély, gyakoriság, relatív gyakoriság

12.4. Javasolt tevékenységek

- Játék dobókockákkal, dobótestekkel, pénzérmékkel, szerencsekerékkel, Galton-deszrával, zsákba helyezett színes golyókkal
- Játék eseménykártyákkal gyakoriság becslésére: mindenki előtt ott van minden eseménykártya, amelyekre a tanulók a játék elején tetszés szerint kiraknak 10-10 zsetont; sorban végezzük a kísérleteket; amelyik kártyán levő esemény bekövetkezett, arról a kártyáról levehet a játékos egy zsetont; az győz, akinek a kártyáiról leghamarabb elfogynak a zsetonok
- Játék számkorongokkal: 3 korong piros és kék oldalára is számokat írtunk; feldobjuk egyszerre a 3 korongot; kártyákra eseményeket írunk a dobott számok összegére, szorzatára vonatkozó tulajdonságokkal; figyeljük meg, van-e lehetetlen, van-e biztos esemény; tippeljük az események gyakoriságára
- Folyón átkelés gyakoriság becslésére: rakj ki 10 korongot az 1–13 számokhoz a folyó egyik partjára; két kockával dobunk, a dobott számok összegénél álló korong átkelhet a folyón; az győz, akinek először átmegy az összes korongja
- Kocka alakú, számozott lapú doboz egyik lapjára belül nehezéket ragasztunk; dobások eredményének megfigyelésével ki kell találni, melyik lapra ragasztottunk nehezéket
- 21-ezés különbözőképpen számozott dobókockákkal, dominókkal
- „Nem hiszem” páros játék: egyik játékos események bekövetkezésének esélyeiről fogalmaz meg állítást (például nagyobb eséllyel lehetséges számozott dodekaéder dobótesttel prímszámot dobni, mint összetett számot), a másik játékos dönt ennek igazságáról; a játékot az a tanuló nyeri, aki igazat állít.
- „Szavazós” játék páros vagy csoportmunkában: valószínűségi játék vagy kísérlet előtt a tanulók összegyűjtik a lehetséges kimeneteket, majd egyesével tippelnek a bekövetkezési esélyekről

A fejlesztés várt eredményei a 8. évfolyam végén

1. Gondolkodási és megismerési módszerek

- Halmazokkal kapcsolatos alapfogalmak ismerete, halmazok szemléltetése, halmazműveletek ismerete; számhalmazok (természetes, egész, racionális) ismeret
- A nyelv logikai elemeinek tudatos szerepeltetése a feladatok megoldása során
- Egyszerű állítások igazságtartalmának eldöntése, állítások tagadása

- Egyszerű sorbarendezési, leszámítási feladatok megoldása, a megoldás gondolatmenetének elmondása, leírása

2. Számelmélet és algebra

- Az egész számok és a racionális számok fogalmának ismerete, alpműveletek helyes sorrendű elvégzése
- Műveletek egész kitevőjű hatványokkal, a hatványozás azonosságainak használata feladatmegoldásban, számolás normálalakokkal
- Az egyenes és fordított arányosság felismerése és alkalmazása matematikai és hétköznapi feladatokban; a mindennapjainkhoz kapcsolódó százalékszámítási feladatok megoldása.
- Az oszthatósággal kapcsolatos definíciók ismerete, oszthatósági problémák vizsgálata
- Algebrai egész kifejezések összevonása, szorzása
- Elsőfokú egyismeretlenes egyenletek, egyenlőtlenségek megoldási módszereinek használata; szöveges feladatok értelmezése, összefüggések lefordítása a matematika nyelvére

3. Geometria

- Háromszögek szögei és oldalai közötti összefüggések ismerete és alkalmazása
- Négyszögek belső és külső szögeire vonatkozó összefüggések ismerete
- Háromszög-szerkesztések lépéseinek leírása, a szerkesztések elvégzése
- Háromszögek nevezetes vonalainak, pontjainak, köreinek meghatározása, megszerkesztése
- Egybevágósági transzformációk és középpontos hasonlóság felismerése, tulajdonságainak ismerete; egybevágó és hasonló alakzatok felismerése.
- A négyszögek több szempont szerinti összehasonlítása, csoportosítása, tulajdonságainak ismerete; speciális négyszögek nevezetes vonalainak ismerete
- A Pitagorasz-tétel egyszerű alkalmazásai
- A vektor fogalmának ismerete
- Kerület, terület, felszín és térfogat szemléletes fogalmának kialakulása, meghatározása méréssel, számolással. Mértékegységek ismerete, átváltása.
- Háromszög és négyszög alapú egyenes hasábok, valamint a gúla felismerése, jellemzése, felszínének és térfogatának számítása. Mértékegységek ismerete, átváltása

4. Függvények

- A függvény megadása, a szereplő halmazok ismerete (értelmezési tartomány, értékkészlet); valós függvény alaptulajdonságainak ismerete, grafikonról való leolvasása
- A lineáris függvény, az abszolútérték-függvény, a fordított arányosság függvényének felismerése (tulajdonságok, grafikon)

- Egylépéses függvénytranszformációk végrehajtása (eltolás, tükrözés az x tengelyre.)
- Sorozatok folytatása adott szabály szerint. Sorozatok néhány jellemzőjének vizsgálata
- A számtani sorozat felismerése

5. Statisztika, valószínűség

- Adathalmaz rendezése megadott szempontok szerint
- Gyakoriság és relatív gyakoriság meghatározása
- Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése
- Adathalmaz átlagának kiszámítása, a módusz és medián meghatározása
- A véletlen jelenségek tudatos megfigyelése, tapasztalatok levonása, ezek alapján a valószínűségi szemlélet fejlődése